

全国大学生数学建模竞赛编写的 $\text{L}^{\text{A}}\text{T}_{\text{E}}\text{X}$ 模板

摘要

农业是我国经济的重要组成部分

关键字： $\text{T}_{\text{E}}\text{X}$ 图片 表格 公式

一、问题重述

1.1 问题背景

在华北山区中，气候条件限制每年的耕地种植季节。乡村包含多种类型的耕地（平旱地、梯田、山坡地和水浇地）以及大棚（普通大棚和智慧大棚），每种地块和大棚都有其适宜种植的作物类型。为了优化有限的土地资源，提高种植效益，同时考虑各种作物的轮作与种植规律，需要为该乡村制定未来 7 年的农作物种植策略。

1.2 问题提出

问题一：在未来的 7 年（2024-2030 年），根据以下两种情况分别给出乡村的最优种植方案：

如果某种作物的总产量超过了相应的预期销售量，超过部分不能正常销售，造成浪费。如果某种作物的总产量超过了相应的预期销售量，超过部分按 2023 年销售价格的 50% 降价出售。

问题二：在考虑未来的不确定因素（如销售量、亩产量、种植成本和销售价格等）下，给出 2024-2030 年的最优种植方案。需要考虑粮食类作物、小麦和玉米的增长趋势、其他农作物的波动性以及成本和价格变化等因素。

问题三：考虑不同作物之间的可替代性和互补性，以及销售量、销售价格和种植成本之间的相关性。在问题 2 的基础上，综合考虑这些因素，给出 2024-2030 年的最优种植策略，并与问题 2 的结果进行比较分析。

二、问题分析

问题一：要求我们基于给定的农作物销售量、种植成本、亩产量和销售价格的稳定假设，为 2024 至 2030 年制定最优的种植方案。这一问题进一步细分为两种情况：一是超过预期销售量的农作物将造成浪费；二是超过部分可以以半价出售。这要求我们考虑如何平衡产量与市场需求，以最大化经济效益。可以找到目标函数，依据题目要求的设置约束条件，建立对目标函数值的优化模型，找到相对最优情况下种植面积作为结果。

问题二：在考虑不确定性因素下，找到最大化预期收益的种植策略。要求我们构建一个动态的数学模型，以应对农作物市场所固有的不确定性。该模型将特别关注小麦与玉米预期销售量的增长趋势，同时考虑到其他作物销售量、亩产量以及种植成本的潜在波动性。此外，模型还将纳入蔬菜类作物销售价格的上升趋势与食用菌价格的下降趋

势。通过整合这些变量，本研究旨在发展出一种策略，以优化种植决策，实现经济效益的最大化，并确保策略的适应性和鲁棒性。

问题三：考虑作物之间的可替代性和互补性，以及经济变量之间的相关性，优化种植策略。在此基础上进一步深化，要求本研究在问题二的模型基础上，综合考量农作物间的可替代性与互补性，以及销售量、销售价格与种植成本之间的动态关联。这不仅要求模型能够处理市场的不确定性，还必须能够识别并利用作物市场间的复杂相互作用。

三、模型的假设

(1) 假设水浇地不种植水稻。从图表1中可以得知，水稻的种植收益很低，故我们不考虑种植水稻以简化模型。

(2) 假设在任何一种农作物在每一季种植的地块数都不能超过 α

(3)

四、符号说明

表 1 符号说明

符号	说明
N_i	年份
L_i	地块
S_i	季度
E_i	C_i 预期销售量 (斤)
C_i	农作物
K_{ijm}	农作物 C_i 在 L_j 地块第 S_m 季成本 (元/亩)
P_i	农作物 C_i 的价格 (元/斤)
Y_{ijm}	农作物 C_i 在地块 L_j 第 S_m 季的产量 (斤/亩)
X_{ijmn}	农作物 C_i 在地块 L_j 在 Y_n 年 S_m 季度的种植面积 (亩)
f_i	地块 L_i 的面积 (亩)

五、数据处理和可视化分析

5.1 数据可视化

为了更好的观察各农作物的种植收益情况，我们将 2023 年统计的数据进行可视化。这样我们能对各个土地类型中收益较低的农作物进行初步了解。

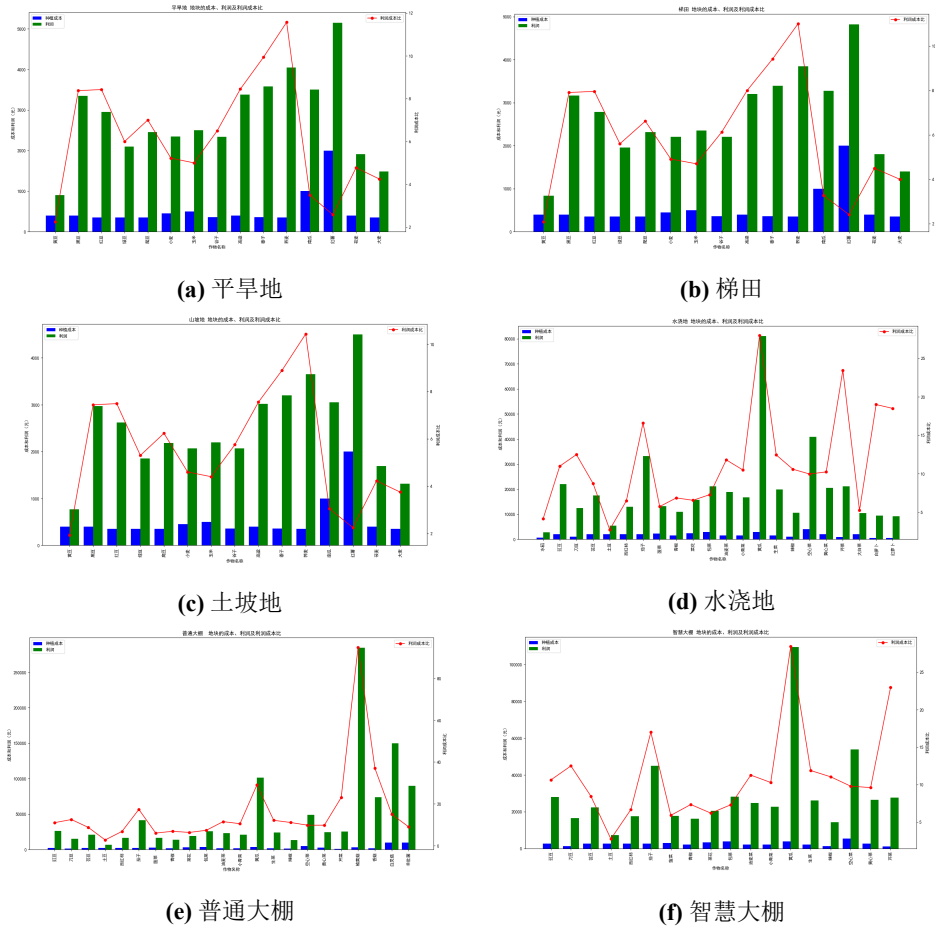


图 1 不同土地类型农作物利润图

5.2 可视化分析

可以有图1a，图1b，图1c可知，这三种土地类型中的农作物中相对收益情况大致相同，联系附件一中可以知道，农作物在这三种类型的土地中的成本，亩产量，单价基本相同。由图1d可以得知，水稻的相对利润是比较低的，在水浇地土地类型中利润仅高于土豆。考虑到水稻只能种植在水浇地上和单季作物的要求，我们做出合理的假设：在以利润为目标的前提下不考虑水稻。由图1e和图1f可以得知，农作物的在大棚的收益整体是大于平旱地等，但是现实还要考虑大棚面积远远小于前者。而且大棚内有较少的农作物有显著的高收益。例如普通大棚的榆黄菇和智慧大棚的黄瓜。

六、 问题一模型建立与求解

6.1 问题一的求解思路

问题一要求在 2024 至 2030 年期间，针对乡村的农作物种植情况，根据给定的农作物销售量、种植成本、亩产量和销售价格的稳定假设，制定最优的种植方案。具体分为两种情况：

超过预期销售量的农作物将造成浪费：在这种情况下，假设超过的部分不能正常销售，因此只计算不超过预期销售量的部分作为销售量。目标函数为利润最大化，考虑到每种农作物的总产量不超过其预期销售量。

超过部分可以以半价出售：在这种情况下，假设超出预期销售量的部分可以以 2023 年销售价格的 50% 降价出售。目标函数同样为利润最大化，但这里计算的是所有产量（包括超过部分），其中超过预期销售量的部分按降价 50 % 处理。

6.2 问题一模型的建立

6.2.1 计算 2023 各农作物的产量

2023 年各农作物产量为该农作物总的种植面积 * 农作物的亩产量。其中表2为产量高的部分农作物数据。

表 2 2023 年产量

农作物名称	2023 年产量/斤
小麦	170840
大白菜	150000
玉米	132750
白萝卜	100000
谷子	71400
黄豆	57000
茄子	45360
豇豆	36480

6.2.2 模型假设

为实现混合整数线性规划，我们假定预期销售量为当年总产量的 80%，这将体现在我们的目标函数中。为确保各种作物产量的稳定性，我们规定每种作物的年产量不能高于 2023 年该种作物产量的 1.2 倍，这将在我们的约束条件中体现。

我们以利润为目标，即在合理的种植作物的情况下最大化利润。

6.2.3 模型初始状态

模型以 2023 年个各农作物种植面积，产量等属性的情况为初始状态，这将在我们的约束条件中体现。

6.2.4 建立目标函数

首先目标函数以利润最大化的标准来建立。针对两种不同的情况，我们可以建立相应的目标函数：

第一种情况（滞销浪费）：

$$Max\left\{\sum_{y=2024}^{2030}\sum_{c=1}^{41}0.8\cdot\sum_{l=1}^{54}(Y_{cls}\cdot X_{clsy})\cdot P_c-\sum_{s=1}^2\sum_{l=1}^{54}K_{cls}\cdot X_{clsy}\right\} \quad (1)$$

第二种情况（超额部分降价出售）：

$$Max\left\{\sum_{y=2024}^{2030}\sum_{c=1}^{41}0.8\cdot\sum_{l=1}^{54}(Y_{cls}\cdot X_{clsy})\cdot P_c+0.2\cdot\sum_{l=1}^{54}(Y_{cls}\cdot X_{clsy})\cdot P_c\cdot 0.5-\sum_{s=1}^2\sum_{l=1}^{54}K_{cls}\cdot X_{clsy}\right\} \quad (2)$$

2式可简化为：

$$Max\left\{\sum_{y=2024}^{2030}\sum_{c=1}^{41}0.9\cdot\sum_{l=1}^{54}(Y_{cls}\cdot X_{clsy})\cdot P_c-\sum_{s=1}^2\sum_{l=1}^{54}K_{cls}\cdot X_{clsy}\right\} \quad (3)$$

其中： Y_{cls} 表示农作物 C_c 在地块 L_l 的第 S_s 季的产量（其他变量下标同理）， X_{clsy} 表示种植面积， P_c 表示农作物售卖的价格， K_{cls} 表示农作物单位面积的成本。

在情况一条件下：直接取当年总产量的 0.8 倍作为当年预期销售量参与计算。在情况二条件下：如果超出了预期销售量，将产量超出的部分进行 50% 的降价出售。

6.2.5 设置约束条件

（1）分散性约束：分散性约束定义为一种农作物不能在过多的地块进行种植。假定一种农作物种植地块总和的上限为 6；为了更好表达约束条件：

Step1:) 我们定义一个二进制变量 B_{clsy} 来表示某个地块在某个季节是否种植了某种作物。值为 1 则表示种植了。

$$B_{clsy} = \begin{cases} 0 & x_{clsy} = 0, \\ 1 & x_{clsy} > 0. \end{cases}$$

Step2:) 使用大 M 和 ϵ 法将该条件不等式化:

$$x_{clsy} \leq M \cdot B_{clsy}$$

$$x_{clsy} \geq \epsilon \cdot B_{clsy}$$

其中 M 是一个大常数, ϵ 是一个很小的正数 (0.001) 用于防止种植面积为 0。

Step3:) 最后约束表示为

$$\forall c \in C \forall y \in Y \forall s \in S, \sum_{l=1}^{54} B_{clsy} \leq 6 \quad (4)$$

(2) 面积约束:

$$\forall y \forall s \forall l, \sum_{c=1}^{41} X_{clsy} \leq S_{ql} \quad (5)$$

其中: X_{clsy} 表示农作物的种植面积, S_{ql} 表示 L_l 地块的面积。由附件 1 可知该不等式表示的含义是: 在确定的时间段种植在地块 L_l 上所有的农作物的种植总面积不能超过该地块的面积。我们人为规定 X_{clsy} 的最小值为 0.3 (即为大棚面积的一半)

$$\forall y \forall s \forall l, \sum_{c=1}^{41} X_{clsy} \cdot B_{clsy} \geq 0.3 \quad (6)$$

由于水稻种植收益很低, 故不考虑水稻,

$$\forall y \forall s \forall l, X_{16lsy} = 0 \quad (7)$$

该式表示不种植水稻;

$$\forall y \forall s \forall l \forall l, X_{clsy} \geq 0 \quad (8)$$

该式表示种植面积为非负数。

(3) 轮作约束:

对于平旱地, 梯田, 山坡地:

$$\forall y \in \{2023, \dots, 2029\} \forall l \in \{1, \dots, 26\} \forall c \in \{1, \dots, 15\} X_{cl1y} + X_{cl1y+1} \leq f_l \quad (9)$$

其中 2023 年的数据是该年对应各指标的实际数据;

对于智慧大棚类：

$$\forall y \in \{2023, \dots, 2029\} \forall l \in \{51, \dots, 54\} \forall c \in \{17, \dots, 34\} X_{cl1y} + X_{cl2y+1} \leq f_l \quad (10)$$

$$\forall y \in \{2023, \dots, 2029\} \forall l \in \{51, \dots, 54\} \forall c \in \{17, \dots, 34\} X_{cl2y} + X_{cl1y+1} \leq f_l \quad (11)$$

$$\forall y \in \{2023, \dots, 2029\} \forall l \in \{51, \dots, 54\} \forall c \in \{17, \dots, 34\} X_{cl1y} + X_{cl1y+1} \leq f_l \quad (12)$$

由于我们不考虑种植水稻，在水浇地和普通大棚里，由于每一季种植的农作物不相同，所以不需要考虑连续重茬种植，该部分式子表示的含义在平旱地，梯田，山坡地，智慧大棚里的不能连续种植相同农作物。

(4) 豆类种植约束：

$$\forall y \in \{2023, \dots, 2028\} \forall c \in \{1, \dots, 5, 17, 18, 19\} \sum_{s=1}^2 \sum_{k=y}^{y+2} X_{cls k} \geq f_l \quad (13)$$

该式子表示的含义就是在任意的地块上在连续的三年内必须种植豆类农作物。我们也考虑了 2023 年的初始情况。

(5) 种植类别约束：

对于平旱地，梯田，山坡：

$$\forall c \notin \{1, \dots, 16\} \forall l \in \{1, \dots, 26\} \forall s \forall y, X_{cls y} = 0 \quad (14)$$

$$\forall c \in \{1, \dots, 15\} \forall l \in \{1, \dots, 26\} \forall y, X_{cl2y} = 0 \quad (15)$$

对水浇地类：

$$\forall c \notin \{17, \dots, 34\} \forall l \in \{27, \dots, 34\} \forall y, X_{cl1y} = 0 \quad (16)$$

$$\forall c \notin \{35, \dots, 37\} \forall l \in \{27, \dots, 34\} \forall y, X_{cl2y} = 0 \quad (17)$$

对于普通大棚类：

$$\forall c \notin \{17, \dots, 34\} \forall l \in \{35, \dots, 50\} \forall y, X_{cl1y} = 0 \quad (18)$$

$$\forall c \notin \{38, \dots, 41\} \forall l \in \{35, \dots, 50\} \forall y, X_{cl2y} = 0 \quad (19)$$

对于智慧大棚类：

$$\forall c \notin \{17, \dots, 34\} \forall l \in \{51, \dots, 54\} \forall y \forall s, X_{cls y} = 0 \quad (20)$$

以上等式表示在相应的地块在相应的季节只能种植相应种类的农作物，可以依据附件 1 得知。对不符合要求下的种植面积设置为 0。

6.2.6 规划模型汇总

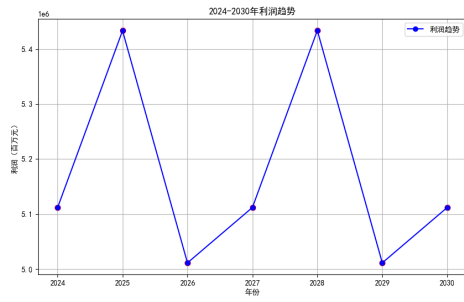
对于情景一：

$$Max\{ \sum_{y=2024}^{2030} \sum_{c=1}^{41} 0.8 \cdot \sum_{l=1}^{54} (Y_{cls} \cdot X_{clsy}) \cdot P_c - \sum_{s=1}^2 \sum_{l=1}^{54} K_{cls} \cdot X_{clsy} \}$$

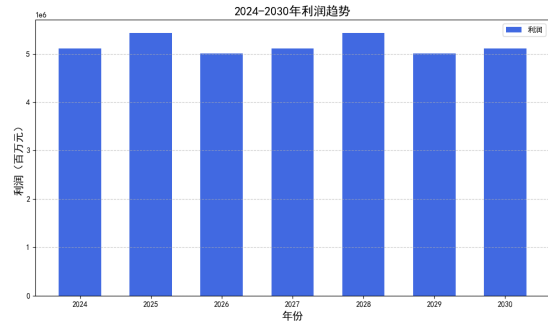
对于情景二：

$$Max\{ \sum_{y=2024}^{2030} \sum_{c=1}^{41} 0.9 \cdot \sum_{l=1}^{54} (Y_{cls} \cdot X_{clsy}) \cdot P_c - \sum_{s=1}^2 \sum_{l=1}^{54} K_{cls} \cdot X_{clsy} \}$$

$$\begin{aligned}
& \forall c \in C \forall y \in Y \forall s \in S, \sum_{l=1}^{54} B_{clsy} \leq \alpha \\
& x_{clsy} \leq M \cdot B_{clsy} \\
& x_{clsy} \geq \epsilon \cdot B_{clsy} \\
& \forall y \forall s \forall l, \sum_{c=1}^{41} X_{clsy} \leq Sq_l \\
& \forall y \forall s \forall l, \sum_{c=1}^{41} X_{clsy} \cdot B_{clsy} \geq 0.3 \\
& \forall y \forall s \forall l \forall y, X_{clsy} \geq 0 \\
& \forall y \forall s \forall l, X_{16lsy} = 0 \forall y \in \{2023, \dots, 2029\} \forall l \in \{1, \dots, 26\} \forall c \in \{1, \dots, 15\} X_{cl1y} + X_{cl1y+1} \leq f_l \\
& \forall y \in \{2023, \dots, 2029\} \forall l \in \{51, \dots, 54\} \forall c \in \{17, \dots, 34\} X_{cl1y} + X_{cl2y+1} \leq f_l \\
& \forall y \in \{2023, \dots, 2029\} \forall l \in \{51, \dots, 54\} \forall c \in \{17, \dots, 34\} X_{cl2y} + X_{cl1y+1} \leq f_l \\
& \forall y \in \{2023, \dots, 2029\} \forall l \in \{51, \dots, 54\} \forall c \in \{17, \dots, 34\} X_{cl1y} + X_{cl1y+1} \leq f_l \\
& \forall y \in \{2023, \dots, 2028\} \forall c \in \{1, \dots, 5, 17, 18, 19\} \sum_{s=1}^2 \sum_{k=y}^{y+2} X_{clsk} \geq f_l \\
& \forall c \in \{1, \dots, 5, 17, 18, 19\} \sum_{s=1}^2 \sum_{k=y}^{y+2} X_{clsk} > 0 \\
& \forall c \in C \setminus \{1, \dots, 15\} \forall l \in \{1, \dots, 26\} \forall s \forall y, X_{clsy} = 0 \\
& \forall c \in \{1, \dots, 15\} \forall l \in \{1, \dots, 26\} \forall y, X_{cl2y} = 0 \\
& \forall c \in C \setminus \{17, \dots, 34\} \forall l \in \{27, \dots, 34\} \forall y, X_{cl1y} = 0 \\
& \forall c \in C \setminus \{35, \dots, 37\} \forall l \in \{27, \dots, 34\} \forall y, X_{cl2y} = 0 \\
& \forall c \in C \setminus \{17, \dots, 34\} \forall l \in \{35, \dots, 50\} \forall y, X_{cl1y} = 0 \\
& \forall c \in C \setminus \{38, \dots, 41\} \forall l \in \{35, \dots, 50\} \forall y, X_{cl2y} = 0 \\
& \forall c \in C \setminus \{17, \dots, 34\} \forall l \in \{51, \dots, 54\} \forall y \forall s, X_{clsy} = 0 \\
& C = \{1, \dots, 41\} \\
& L = \{1, \dots, 54\} \\
& S = \{1, 2\} \\
& Y = \{2024, \dots, 2030\} \\
& B_{clsy} = \{0, 1\} \\
& \alpha = 6 \\
& M = 10000 \\
& \epsilon = 0.001
\end{aligned}
\tag{21}$$

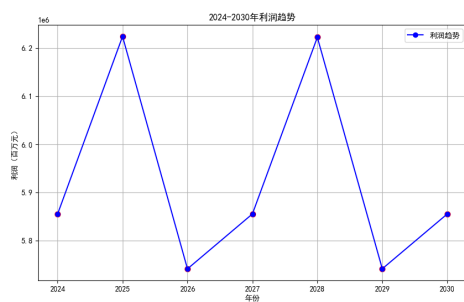


(a) 情景 1 利润折线图

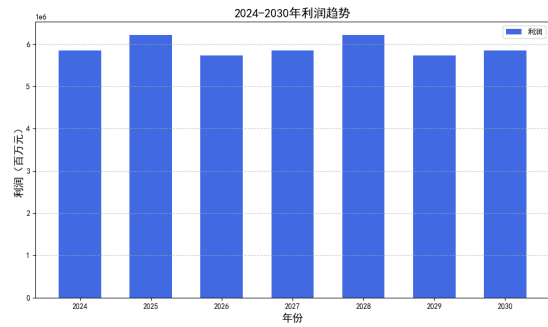


(b) 情景 1 利润直方图

图 2 情景 1 的利润结果



(a) 情景 2 利润折线图



(b) 情景 2 利润直方图

图 3 情景 1 的利润结果

表 3 不同情景下的利润（元）

	2024	2025	2026	2027	2028	2029	2030
情景 2	5855504	6224332	5741635	5855703	6222613	5741774	5855589
情景 1	5111690	5434751	5010903	5111889	5433176	5011042	5111775

6.3 问题一模型的求解与分析

6.3.1 求解方法

6.3.2 模型结果

6.3.3 结果分析

七、问题二模型建立与求解

假设对于超出预期销售量的部分沿用情况一。问题二要求在考虑未来各种不确定因素的情况下，制定 2024-2030 年的最优种植方案。这些不确定性因素包括：

- 小麦和玉米的预期销售量有 5% 至 10% 的年增长率。
- 其他农作物的预期销售量每年变化 $\pm 5\%$ 。
- 农作物的亩产量受气候等因素的影响，每年变化 $\pm 10\%$ 。
- 种植成本平均每年增长 5%。
- 粮食类作物的销售价格基本稳定；蔬菜类作物的销售价格年增长 5% 左右；食用菌的销售价格下降 1% 至 5%。

为了应对这些不确定性，需要建立一个**鲁棒优化模型**，最大化预期收益，同时最小化因不确定性带来的风险。

7.1 鲁棒优化模型建立

X_{clsj} 仍然作为决策变量，约束条件沿用问题一建立的模型。

模型二假设预期销售量相对于 2023 年进行变化，为了将目标函数中的 \min 函数转化为线性约束，我们假设预期销售量和亩产量有一定的正相关，将预期销售量的波动叠加到亩产量上。

7.1.1 不确定性建模

鲁棒优化的关键在于对不确定参数的建模。针对题目描述的不确定因素，我们可以设定以下不确定参数的范围：

- 预期销售量 E_c^j ：

对于小麦和玉米，设增长率 g_c^j 介于 5% 到 10% 之间。则：

$$E_c^j = E_c^{2023} \times (1 + g_c^j), \quad g_c^j \in [0.05, 0.10]$$

对于其他作物，设变化率 g_c^j 在 $\pm 5\%$ 之间。则：

$$E_c^j = E_c^{2023} \times (1 + g_c^j), \quad g_c^j \in [-0.05, 0.05]$$

- 亩产量 Y_{cls}^j ：

$$Y_{cls}^j = Y_{cls}^{j-1} \times (1 + u_c^j), \quad u_c^j \in [-0.10, 0.10]$$

- 种植成本 K_{cls}^j ：

$$K_{cls}^j = K_{cls}^{2023} \times 1.05^{j-2023}$$

- 销售价格 P_c^j ：

$$P_c^j = P_c^{2023} \times (1 + p_c^j), \quad p_c^j = 0.05 \text{ (蔬菜类)}$$

$$P_c^j = P_c^{2023} \times (1 - q_c^j), \quad q_c^j \in [0.01, 0.05] \text{ (食用菌类)}$$

7.1.2 鲁棒优化模型的目标函数

鲁棒优化的目标是最大化最小收益。假设在所有的不确定性下，我们希望总收益 Z 达到最大最小值：

$$\text{Maximize } \min_{S, Y, P, K} Z$$

其中，总收益 Z 的表达式为：

$$Z = \sum_{j=2024}^{2030} \sum_{s=1}^2 \left(\sum_{l \in L} \sum_{c \in C} (P_c^j \cdot Y_{cls}^j \cdot X_{clsj} - K_{cls}^j \cdot X_{clsj}) \right)$$

7.2 鲁棒优化求解方法

切平面法是解决鲁棒优化问题的一种有效技术。该方法的核心策略在于系统地构建不确定性情境，并利用一系列线性规划问题的解决方案以及相应“切平面”的引入，逐步逼近问题的最优解。在每一迭代步骤中，切平面的作用是排除当前的非可行或次优解空间，从而引导搜索过程更接近全局最优解。

7.2.1 初始化

Step1) 定义初始场景集合：

定义初始场景集合是切平面法中的关键步骤，它为模型提供了一个起点。在初始阶段，我们可以设定一个或多个场景，这些场景代表了不确定性参数的可能取值。例如，我们可以从一个单一场景开始，该场景基于不确定性参数的中值或历史数据来设定参数值，如销售价格取平均预期值，亩产量则采用最近一年（2023 年）的实际产量数据。这样的初始设定为后续的优化过程奠定了基础，使得算法能够从这个已知的、合理的起点出发，逐步探索和优化解决方案。

Step2) 建立初始线性规划（LP）问题：

在确定了初始场景集合之后，接下来需要构建一个线性规划模型。这个模型的目标是针对当前的初始场景集合，最大化总收益。模型将包括决策变量、目标函数以及相应的约束条件，确保在给定的场景下，解决方案是可行的。

Step3) 求解初始 LP 问题：

随着模型的构建完成，我们转向使用 Python 中的 PuLP 库来求解这个初始问题。PuLP 库以其高效性著称，能够处理包括大规模线性规划问题在内的多种优化问题，并提供精确的解决方案。通过这一过程，我们能够获得一个初始解，该解在当前考虑的场景下代表了最优的种植策略或其他相关决策。这个初始解不仅为我们提供了一个明确的

起点，而且将在后续的迭代过程中发挥关键作用，作为评估新生成场景对策略影响的基准，并指导我们进行更深入的优化。

7.2.2 生成新的不确定性场景

Step1) 计算最坏情况下的收益：首先，我们需要对当前解进行评估，以确定其在所有可能的不确定性参数取值下的表现。具体来说，我们将计算在最坏情况下的收益，即所有潜在的不确定性场景中，收益最低的情况。这一步是至关重要的，因为它允许我们评估当前解是否满足鲁棒优化的目标，即确保在所有场景下的收益都超过预设的阈值。如果当前解已经满足了这一条件，那么我们可以认为求解过程已经成功完成，可以结束进一步的迭代。

Step2) 生成新的不确定性场景：然而，如果当前解未能满足鲁棒性条件，即存在某些场景下的收益未能达到预期的阈值，我们就需要进一步探索。在这种情况下，我们将识别出导致最低收益的不确定性场景，即最坏情况的场景。这个场景将被纳入到我们的场景集合中，为我们提供了一个新的视角，以进一步优化模型。通过这种方式，我们可以逐步增加场景集合的多样性，从而更全面地考虑不确定性的影响，提高模型的鲁棒性。这一步骤是迭代过程中的关键，它确保了我们能够不断改进解决方案，以更好地应对不确定性带来的挑战。

7.2.3 添加切平面

Step1) 构建切平面约束：在引入新的不确定性场景时，我们需向当前优化问题中添加一个新的线性约束，即所谓的切平面约束。这一约束反映了在新场景下，现有的解可能不再满足问题的条件，从而不再是一个可行解。因此，优化模型必须在重新定义的可行解空间内寻找新的解决方案

Step2) 更新线性规划问题：更新线性规划问题，加入新的切平面约束。

7.2.4 迭代求解

Step1) 应用线性规划求解器：采用 pulp 库，对更新后的模型进行求解，以确定新的最优解。

Step2) 检查停止条件：执行以下检查以决定是否终止迭代过程：

评估新解在最坏情况下的收益是否满足鲁棒性要求。

确认是否已达到预设的迭代次数限制。

如果新解满足鲁棒性要求或迭代次数已达到上限，则停止迭代。否则，返回 **Step2)**，继续生成新的不确定性场景和相应的切平面约束，以进一步优化模型。

7.2.5 输出最优解

输出最终种植策略和最大化的最小收益。该策略能够保证在所有不确定性场景下，收益均达到最大化的最小值。

7.3 问题二结果分析

首先，我们展示了模型二的优化结果。在综合考虑了各种农作物的预期销售量、亩产量、种植成本和销售价格的不确定性，以及潜在的种植风险后，我们发现模型二的利润相较于模型一略有下降。然而，这种下降在各年份间分布相对均匀，表明模型的优化解展现出了一定的鲁棒性。这意味着模型能够在环境变化时调整策略，以适应这些变化。

对于小麦和玉米，我们对各年份的种植面积进行了统计分析，并发现其与预期销售量的 5% 至 10% 增长率之间存在显著的正相关关系。这表明，在预期销售量增加的一定范围内，农作物的种植面积也会相应增加。

对于菌类作物，我们观察到由于市场价格的下降，种植面积也有所减少。特别是羊肚菌，由于其价格下降幅度较大，加之种植成本逐年上升，种植羊肚菌的经济效益可能不如其他菌种。因此，我们的模型在优化过程中选择不种植羊肚菌，以最大化整体利润。

八、 问题三模型建立与求解

8.1 可替代性和互补性分析

- one
- two
- ...

有序列表是这样子的：

1. one
2. two
3. ...

8.2 字体加粗与斜体

九、 模型评价与推广

9.1 模型的优点

(1)

(2)

(3)

9.2 模型的缺点

(1)

(2)

(3)

要引用成功，当然要维护好 `bibitem` 了。下面是个简单的例子。[1]

参考文献

- [1] 吴小汉, 张谦, 栗尧嘉, 黄耀宇, and 吴佳琦. 基于区块链的私有充电桩共享平台交易策略. Power Generation Technology, 43(3), 2022.

附录 A 支撑材料的文件列表

附录 B 问题一的代码

```
import pandas as pd
import warnings
import xlwt
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import pylab
import seaborn as sns
from pylab import mpl
from sklearn.preprocessing import PolynomialFeatures
from sklearn import linear_model
from sklearn.model_selection import train_test_split
from sklearn.ensemble import RandomForestRegressor
from sklearn import metrics
import statsmodels.api as sm
import geatpy as ea
from scipy import optimize as opt
from scipy.optimize import minimize
```

附录 C 排队算法—matlab 源程序

```
kk=2; [mdd, ndd]=size(dd);
while ~isempty(V)
    [tmpd, j]=min(W(i, V)); tmpj=V(j);
    for k=2:ndd
        [tmp1, jj]=min(dd(1, k)+W(dd(2, k), V));
        tmp2=V(jj); tt(k-1, :)= [tmp1, tmp2, jj];
    end
    tmp=[tmpd, tmpj, j; tt]; [tmp3, tmp4]=min(tmp(:, 1));
    if tmp3==tmpd, ss(1:2, kk)=[i; tmp(tmp4, 2)];
    else, tmp5=find(ss(:, tmp4)~=0); tmp6=length(tmp5);
    if dd(2, tmp4)==ss(tmp6, tmp4)
        ss(1:tmp6+1, kk)=[ss(tmp5, tmp4); tmp(tmp4, 2)];
    else, ss(1:3, kk)=[i; dd(2, tmp4); tmp(tmp4, 2)];
    end; end
    dd=[dd, [tmp3; tmp(tmp4, 2)]]; V(tmp(tmp4, 3))=[];
    [mdd, ndd]=size(dd); kk=kk+1;
end; S=ss; D=dd(1, :);
```

附录 D 规划解决程序—lingo 源代码

```
kk=2;
[mdd,ndd]=size(dd);
while ~isempty(V)
    [tmpd,j]=min(W(i,V));tmpj=V(j);
    for k=2:ndd
        [tmp1,jj]=min(dd(1,k)+W(dd(2,k),V));
        tmp2=V(jj);tt(k-1,:)= [tmp1,tmp2,jj];
    end
    tmp=[tmpd,tmpj,j;tt];[tmp3,tmp4]=min(tmp(:,1));
    if tmp3==tmpd, ss(1:2,kk)=[i;tmp(tmp4,2)];
    else,tmp5=find(ss(:,tmp4)~=0);tmp6=length(tmp5);
    if dd(2,tmp4)==ss(tmp6,tmp4)
        ss(1:tmp6+1,kk)=[ss(tmp5,tmp4);tmp(tmp4,2)];
    else, ss(1:3,kk)=[i;dd(2,tmp4);tmp(tmp4,2)];
    end;
end
dd=[dd,[tmp3;tmp(tmp4,2)]];V(tmp(tmp4,3))=[];
[mdd,ndd]=size(dd);
kk=kk+1;
end;
S=ss;
D=dd(1,:);
```