

同济大学课程考核试卷 (A 卷)

2022-2023 学年第一学期

课号: 50005900023

课名: 工科数学分析 (上)

考试考查: 考试

试卷类别: 期终考试试卷

题号	一	二	三	总分
得分				

说明: 时间 120 分钟, 满分 100 分. 解答题需写出详细解题过程.

一、填空题 (每题 5 分, 共 30 分)

1. 设 $f(x) = x(x-1)(x-2)\cdots(x-2022)$, 则 $f'(0) =$ _____.
2. 函数 $f(x) = \ln(1+x^2)$ 的凸区间为 _____.
3. 不定积分 $\int \frac{x}{1+\sqrt{1+x}}dx =$ _____.
4. 给定正数 p , 令 $S_n = 1^p + 2^p + \cdots + n^p$, 则极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{n^{p+1}} =$ _____.
5. 设 $I_1 = \int_0^{\pi/2} \frac{\cos x \, dx}{\cos x + \sin x}$, $I_2 = \int_0^{\pi/2} \frac{\sin x \, dx}{\cos x + \sin x}$, 则 $I_1 + 3I_2 =$ _____.
6. 参数曲线 $\boldsymbol{r} = (\cos t - 1, t - \sin t)(0 \leq t \leq \pi)$ 的弧长为 _____.

二、计算题 (每题 10 分, 共 40 分)

1. 计算极限 $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 - \sqrt{\cos x}}{x - x \cos \sqrt{x}}$.
2. 计算反常积分 $\int_0^{+\infty} e^{-x} \sin 2x \, dx$.

学号

姓名

专业

学号

密封线 请勿在左侧答题

3. 已知 $y(x)$ 在 $x = 1$ 的某个邻域上二阶可导且满足方程 $2x^2 + e^{x-y} = y^2 + 2$. 试计算 $y(1)$, $y'(1)$ 和 $y''(1)$.
4. 设平面图形 $D = \{(x,y)|0 \leq x \leq \pi, 0 \leq y \leq \sin x\}$. (1) 计算 D 的面积; (2) 计算 D 绕 x 轴旋转一周所得立体的体积; (3) 计算 D 绕 y 轴旋转一周所得立体的体积.

学号

姓名

专业

学 堂

密封线 请勿在左侧答题

三、证明题（每题 10 分，共 30 分）

1. 试写出一致连续的定义，并证明 $f(x) = \arctan x$ 在 \mathbb{R} 上一致连续.

3. 设 f 在 $[0, 1]$ 上连续，证明： $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[n \int_0^1 (1-x)^n f(x) dx \right] = f(0).$

2. 设函数 f 在 $(0, +\infty)$ 上有定义，且在原点的任何一个去心右邻域上均无上界，证明：存在单调递减趋于零的数列 $\{x_n\}$ ，使得 $\lim_{n \rightarrow \infty} f(x_n) = +\infty.$

学号

姓名

专业

学号

密封线 请勿在左侧答题

草稿纸

学号_____姓名_____专业_____学号_____

密封线 请勿在左侧答题