华南农业大学 2008（1）概率论与数理统计 A 试卷标准答案

一、填空题（$6\times 3^{'}$=18 分）

1. 0.976　　2. 0.375　　3. $1-e^{-2}$　　4. 17　　5. 1　　6. 8

二.选择题（$6\times 3^{'}$=18 分）

1. D　2.B　3.A　4.D　5.D　6.A

三.（5 分）

解：X 的概率分布为

$$P(X=k)=C_3^k(\frac{2}{5})^k(\frac{3}{5})^{3-k}\qquad k=0,1,2,3.$$ ……………3 分

即

X	0	1	2	3
P	$\frac{27}{125}$	$\frac{54}{125}$	$\frac{36}{125}$	$\frac{8}{125}$

$EX=3\times\frac{2}{5}=\frac{6}{5}$ ……………1 分　　$DX=3\times\frac{2}{5}\times\frac{3}{5}=\frac{18}{25}$ ……………1 分

四、（10 分）

解　设 B＝{此人出事故}，

A1，A2 分别表示此人来自第一类人和第二类人…………………1 分

由已知，有　$P(A_1)=0.$，$P(A_2)=0.7$，

$P(B|A_1)=0.05$，$P(B|A_2)=0.01$，…………………2 分

（1）由全概率公式有

$$P(B)=P(A_1)P(B|A_1)+P(A_2)P(B|A_2)=0.3\times 0.05+0.7\times 0.01=0.022$$ …………3 分

（2）由贝叶斯公式有

$$P(A_1|B)=\frac{P(A_1)P(B|A_1)}{P(B)}=\frac{0.3\times 0.05}{0.022}=\frac{15}{22}\approx 0.682.$$ …………………3 分

答：从两类人中任意抽取一人，此人一年内出事故的概率为 0.022；

若已知此人出事故，此人来自第一类人的概率约为 0.682. …………………1 分

五、（10 分）

解：（1）$1=\int_{-\infty}^{+\infty}f(x)dx=\int_0^2(ax+1)dx=(\frac{a}{2}x^2+x)_0^2=2a+2\quad\therefore a=-\frac{1}{2}$ ………2 分

（2）X 的分布函数为

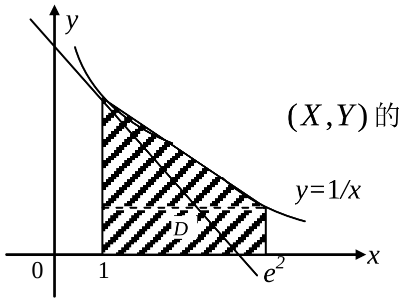
$$F(x)=\int_{-\infty}^{x}f(u)du=\begin{cases}0\ , & x\le 0,\\ \int_0^x(1-\frac{u}{2})du, & 0<x\le 2,\\ 1\ , & x>2.\end{cases}=\begin{cases}0\ , & x\le 0,\\ x-\frac{x^2}{4}, & 0<x\le 2,\\ 1\ , & x>2.\end{cases}$$

……………6 分

（3）$P(1<x<3)=\int_1^3 f(x)dx=\int_1^2(1-\frac{x}{2})dx=\frac{1}{4}$ ……………2 分

六、（14 分）

解：区域 D 的面积 $S_D=\int_1^{e^2}\frac{1}{x}dx=\ln x\Big|_1^{e^2}=2$



(X,Y) 的概率密度为 $f(x,y)=\begin{cases}\frac{1}{2}, & (x,y)\in D,\\ 0, & 其它.\end{cases}$

……………2 分

（1）$f_X(x)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,y)dy=\begin{cases}\int_0^{\frac{1}{x}}\frac{1}{2}dy, & 1\le x\le e^2,\\ 0\ , & 其它.\end{cases}=\begin{cases}\frac{1}{2x}, & 1\le x\le e^2,\\ 0\ , & 其它.\end{cases}$

……………2 分

$$f_Y(y)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,y)dx=\begin{cases}\int_1^{e^2}\frac{1}{2}dx, & 1\le y\le e^{-2},\\ \int_1^{\frac{1}{y}}\frac{1}{2}dx, & e^{-2}<y\le 1,\\ 0\ , & 其它\end{cases}=\begin{cases}\frac{1}{2}(e^2-1), & 1\le y\le e^{-2}\\ \frac{1}{2y}-\frac{1}{2}\ , & e^{-2}<y\le 1\\ 0\ , & 其它\end{cases}$$

……………4 分

（2）因 $f(x,y)\ne f_X(x)\cdot f_Y(y)$，所以 X,Y 不独立. ……………2 分

（3）$P(X+Y\ge 2)=1-P(X+Y<2)=1-\iint\limits_{x+y<2}f(x,y)dxdy$

$$=\int_1^2dx\int_0^{2-x}\frac{1}{2}dy=1-\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}=0.75$$ ……………4 分

九、（10 分）解： 矩估计：$E\left(X\right)=\int_{-\infty}^{+\infty}xf(x)dx=\int_0^1x\sqrt{\theta}x^{\sqrt{\theta}-1}dx=\frac{\sqrt{\theta}}{\sqrt{\theta}+1}$ …2 分

由 $\overline{X}=E\left(X\right)=\frac{\sqrt{\theta}}{\sqrt{\theta}+1}$ 得，矩估计量为 $\theta=(\frac{\overline{X}}{1-\overline{X}})^2$ ………………2 分

极大似然函数为 $L(x_1,x_2,\cdots,x_n;\theta)=\prod_{i=1}^{n}\sqrt{\theta}x_i^{\sqrt{\theta}-1}=\sqrt{\theta}^n\prod_{i=1}^{n}x_i^{\sqrt{\theta}-1}$ ……………2 分

两边同时取对数，得 $\ln L = n\ln\sqrt{\theta} + (\sqrt{\theta}-1)\sum_{i=1}^{n}\ln x_i$ ……………………1 分

令 $\dfrac{d\ln L}{d\theta} = \dfrac{n}{2\theta} + \dfrac{\sum_{i=1}^{n}\ln x_i}{2\sqrt{\theta}} = 0$ ……………………2 分

故极大似然估计量为 $\theta = \left(\dfrac{-n}{\sum_{i=1}^{n}\ln x_i}\right)^2$ ……………………………1 分

七、（10 分）**解**：（1） μ 的置信度为 $1-\alpha$ 下的置信区间为

$(\bar{X} - t_{\alpha/2}(n-1)\frac{S}{\sqrt{n}},\quad \bar{X} + t_{\alpha/2}(n-1)\frac{S}{\sqrt{n}})$ 其中，$\bar{X}$ 表示样本均值，S 表示样本标准差，n 表示样本容量，又 $\bar{X} = 125,\ S = 2.71,\ n = 7,\ \alpha = 0.1,\ t_{0.05}(6) = 1.943$

所以 μ 的置信度为 90%的置信区间为（123，127） ……………………2 分

（2）本问题是在 $\alpha = 0.10$ 下检验假设 $H_0 : \mu = 124, H_1 : \mu \neq 124,$

由于正态总体的方差 σ^2 未知，所以选择统计量 $T = \dfrac{\bar{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}}$， ……………3 分

由题意知，在 H_0 成立的条件下，此问题的拒绝域为

$|T| = \left|\dfrac{125-124}{2.71/\sqrt{7}}\right| = 0.976 > t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)$ ……………3 分

这里显然 $0.976 < 1.943 = t_{0.05}(7-1)$，说明没有落在拒绝域中，从而接受零假设 H_0，即在显著性水平 0.10 下，可认为这块土地的平均面积 μ 显著为 124 平方米。……………2 分

八、（5 分）

方差分析表

方差来源	平方和	自由度	均方和	F 值	F 临界值
因素 A	SS_A=4.8106	3	1.6038	5.6681	5.29
误差	SS_e=4.5263	16	0.2829		
总和	9.3369	19			

方差总和 9.3369，组间自由度 3， 组内自由度 16， 自由度总和 19，
F 值 5.6681， F 临界值 5.29 ………… 每空 0.5 分，共 3 分

对于 $\alpha = 0.01$ 而言，拒绝 H_0，即认为不同的贮藏方法对粮食含水率有影响.………2 分