

# 华南农业大学期末考试试卷（A 卷）

2009 学年第一学期 考试科目： 概率论与数理统计（解答）

考试类型：（闭卷）

考试时间： 120 分钟

学号 \_\_\_\_\_ 姓名 \_\_\_\_\_ 年级专业 \_\_\_\_\_

题号	一	二	三	四	五	六	总分
得分							
评阅人							

一、 填空题（每小题 3 分，共 3×5=15 分）

1、 设随机变量  $X$  服从二项分布  $B(10, p)$ ，若  $X$  的方差是  $\frac{5}{2}$ ，则  $p =$  \_\_\_\_\_

2、 设随机变量  $X$ 、 $Y$  均服从正态分布  $N(2, 0.2)$  且相互独立，则随机变量  $Z = X - 2Y + 1$  的概率密度函数为 \_\_\_\_\_

3、 设二维离散型随机变量  $X$ 、 $Y$  的联合分布律为：

$X \backslash Y$	0	2	4
	1/6	1/9	1/18
0	1/6	1/9	1/18
1	1/3	0	1/3

则联合分布函数值  $F(1, 3) =$  \_\_\_\_\_

4、 设总体  $X$  服从参数为  $\lambda$  的指数分布， $x_1, x_2, \dots, x_n$  是它的一组样本值，作  $\lambda$

的极大似然估计时所用的似然函数  $L(x_1, x_2, \dots, x_n; \lambda) =$  \_\_\_\_\_。

~~5、 作单因素方差分析，假定因素有  $r$  个水平，共作了  $n$  次试验，当  $H_0$  为真时，~~

~~统计量  $F = \frac{SS_A/df_A}{SS_E/df_E} \sim$  \_\_\_\_\_~~

二、 单项选择题（每小题 3 分，共 3×5=15 分）

1、 设  $A$ ， $B$  是两个互斥的随机事件，则必有（ ）

$$(A) P(A \cup B) = P(A) + P(B) \quad (B) P(A - B) = P(A) - P(B)$$

$$(C) P(AB) = P(A)P(B) \quad (D) P(A) = 1 - P(B)$$

2、设 A, B 是两个随机事件,  $P(A) = \frac{2}{5}$ ,  $P(B) = \frac{4}{5}$ ,  $P(B|\bar{A}) = \frac{5}{6}$ , 则 ( )

$$(A) P(\bar{A}|B) = \frac{1}{2} \quad (B) P(\bar{A}|B) = \frac{3}{4} \quad (C) P(\bar{A}|B) = \frac{5}{8} \quad (D) P(\bar{A}|B) = \frac{12}{25}$$

3、设 X, Y 为相互独立的两个随机变量, 则下列不正确的结论是 ( )

$$(A) E(X \pm Y) = E(X) \pm E(Y) \quad (B) E(XY) = E(X)E(Y)$$

$$(C) D(X \pm Y) = D(X) + D(Y) \quad (D) D(XY) = D(X)D(Y)$$

4、作单因素方差分析, 假定因素有三个水平, 具有共同方差  $\sigma^2$ 。若第一个水平作了 3 次试验, 第二个水平作了 4 次试验, 第三个水平作了 5 次试验,  $SS_T$  是总离差平方和, 则  $\frac{SS_T}{\sigma^2}$  服从 ( )

$$(A) \text{自由度为11的 } t \text{ 分布} \quad (B) \text{自由度为11的 } \chi^2 \text{ 分布}$$

$$(C) \text{自由度为12的 } t \text{ 分布} \quad (D) \text{自由度为12的 } \chi^2 \text{ 分布}$$

5、在对一元线性回归方程的统计检验中, 设有 n 组数据。回归平方和  $SS_R$  的自由度是: ( )

$$(A) n-1 \quad (B) n-2 \quad (C) (1, n) \quad (D) 1$$

三、判别题 (每小题 2 分, 共  $2 \times 5 = 10$  分)

(请在你认为对的小题对应的括号内打“√”, 否则打“×”)

1、( ) 设随机变量 X 的概率密度为  $f_X(x)$ , 随机变量 Y 的概率密度为

$$f_Y(y), \text{ 则二维随机变量 } (X, Y) \text{ 的联合概率密度为 } f_X(x)f_Y(y),$$

2、( ) 设  $\Phi(x)$  是服从标准正态分布  $N(0,1)$  的随机变量的分布函数, X 是

$$\text{服从正态分布 } N(\mu, \sigma^2) \text{ 的随机变量, 则有 } P\{|X - \mu| < a\} = 2\Phi\left(\frac{a}{\sigma}\right) - 1$$

3、( ) 设一维随机变量 X 服从参数为 2 的泊松分布, 则 X 的分布律为:

$$P\{X = k\} = \frac{2^k}{k!} e^{-2}, \quad (k = 0, 1, 2, \dots)$$

4、( ) 若  $T$  服从自由度为  $n$  的  $t$  分布, 则  $T^2$  服从  $F(1, n)$  分布。

5、( ) 求随机变量  $Y$  与  $X$  的线性回归方程  $Y = a + \hat{b}X$ , 在计算公式

$$\begin{cases} a = \bar{y} - \hat{b}\bar{x} \\ \hat{b} = \frac{L_{xy}}{L_{xx}} \end{cases} \text{ 中, } L_{xx} = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2, L_{xy} = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})。$$

四、解答题 (每小题 10 分, 共  $10 \times 2 = 20$  分)

1、某饭店一楼刚好停了三部电梯, 现有五位乘客要乘电梯, 假定他们选择哪部电梯乘坐是随机的, 求每部电梯都有乘客的概率。

2、甲、乙两人轮流投篮, 甲先投。一般来说, 甲、乙两人独立投篮的命中率分别为 0.7 和 0.6。但由于心理因素的影响, 如果对方在前一次投篮中投中, 紧跟在后面投篮的这一方的命中率就会有所下降, 甲、乙的命中率分别变为 0.4 和 0.5。求:

- (1) 乙在第一次投篮中投中的概率;
- (2) 甲在第二次投篮中投中的概率。

五、解答题 (每小题 10 分, 共  $10 \times 2 = 20$  分)

1、设随机变量  $X$  的概率密度为：
$$f(x) = \begin{cases} a - \frac{a}{2}x, & 0 < x < 2 \\ 0, & \text{其余} \end{cases}, \text{求:}$$

(1) 常数  $a$ ;

(2)  $X$  的分布函数  $F(x)$ ;

(3) 条件概率  $P\left\{X > \frac{1}{2} \mid X \leq 1\right\}$ 。

2、设二维随机变量  $(X, Y)$  的概率密度为：

$$f(x, y) = \begin{cases} 2xe^{-y}, & 0 < x < y \\ 0, & \text{其余} \end{cases}, \text{求}$$

(1) 关于  $X$  的边缘概率密度  $f_X(x)$ ;

(2) 随机变量  $Z = \sqrt{X}$  概率密度  $f_Z(z)$ 。

**六、解答题**（每小题 10 分，共  $10 \times 2 = 20$  分）

**1、** 设总体  $X \sim N(\mu, 3^2)$ ，现从  $X$  中抽取一个容量为  $n$  的样本，计算出样本均值  $\bar{x} = 48.4$ 。对  $1 - \alpha = 0.95$  的置信水平，

(1) 估计  $\mu$  的置信区间；

(2) 若要求置信区间的长度不超过 3，样本容量  $n$  至少为多少？

（参考数据：  $u_{0.05} = 1.64$ ,  $u_{0.025} = 1.96$ ,  $u_{0.005} = 2.58$ ）

**2、** 已知某种小麦叶片的宽度  $X \sim N(\mu, 0.048^2)$ ，（单位：cm），在喷洒一种农药后再抽取 5 张叶片，测得它们的宽度为：1.32；1.55；1.36；1.40；1.44。

(1) 求该样本的均值和方差；

(2) 问喷洒农药后小麦叶片的宽度的方差是否正常（ $\alpha = 0.1$ ）

（参考数据：  $\chi_{0.95}^2(4) = 0.71$ ,  $\chi_{0.05}^2(4) = 9.49$ ,  $\chi_{0.95}^2(5) = 1.15$ ,  $\chi_{0.05}^2(5) = 11.07$ ）