

# 期末考试试卷（A 卷）

2018-2019 学年第 1 学期

考试科目：概率论与数理统计

考试类型：（闭卷）考试

考试时间：120 分钟

学号\_\_\_\_\_姓名\_\_\_\_\_年级专业\_\_\_\_\_

题号	一	二	三	总分
得分				
评阅人				

得分	
----	--

一、选择题（本大题共6小题，每小题3分，共18分）

1. 已知当  $A$  和  $B$  同时发生时， $C$  一定发生，则必有（ ）

- A.  $P(C) = P(AB)$       B.  $P(C) \leq P(A) + P(B) - 1$   
 C.  $P(C) = P(A \cup B)$       D.  $P(C) \geq P(A) + P(B) - 1$

2. 设随机变量  $X$  的概率密度为  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{8\pi}} e^{-\frac{1}{8}(x-2)^2}$ ，若  $P(X > C) = P(X \leq C)$ ，则  $C$  的值为（ ）

- A. 0      B. 2      C.  $-\sqrt{2}$       D. -2

3. 随机变量  $X, Y$  相互独立且同分布， $P(X = -1) = 0.5, P(X = 1) = 0.5$ ，则下列结果不正确的是（ ）

- A.  $P(XY = 1) = 0.5$       B.  $P(X + Y = 0) = 0.5$   
 C.  $P(X = Y) = 1$       D.  $P(X = Y) = 0.5$

4.  $X_1, X_2, \dots, X_n$  为正态总体  $N(\mu, 4)$  的一个样本， $\bar{X}$  为样本均值，则  $\mu$  的置信度为  $1 - \alpha$  的置信区间为（ ）

- A.  $(\bar{X} - u_{\alpha/2} \frac{4}{\sqrt{n}}, \bar{X} + u_{\alpha/2} \frac{4}{\sqrt{n}})$       B.  $(\bar{X} - u_{\alpha/2} \frac{2}{\sqrt{n}}, \bar{X} + u_{\alpha/2} \frac{2}{\sqrt{n}})$   
 C.  $(\bar{X} - u_{1-\alpha/2} \frac{2}{\sqrt{n}}, \bar{X} + u_{\alpha/2} \frac{2}{\sqrt{n}})$       D.  $(\bar{X} - u_{\alpha} \frac{2}{\sqrt{n}}, \bar{X} + u_{\alpha} \frac{2}{\sqrt{n}})$

5. 样本  $(X_1, X_2, \dots, X_9)$  取自总体  $X \sim N(1, 9)$ ，则有下列正确的是（ ）

- A.  $\bar{X} - 1 \sim N(0, 1)$     B.  $\frac{\bar{X} - 1}{3} \sim N(0, 1)$     C.  $\frac{\bar{X} - 1}{9} \sim N(0, 1)$     D.  $\frac{\bar{X} - 1}{\sqrt{3}} \sim N(0, 1)$

6. 设  $X_1, X_2$  是随机变量，其数学期望、方差都存在， $C, b$  是任意常数，下列命题中正

确有( )

(1)  $E(CX_1+b)=CE(X_1)+b$ ; (2)  $E(CX_1X_2)=CE(X_1)E(X_2)$ ; (3)  $E(CX_1+X_2)=CE(X_1)+E(X_2)$  ;

(4)  $D(CX_1 - X_2) = C^2D(X_1) + D(X_2)$

A. 4 个      B. 3 个      C. 2 个      D. 1 个

得分	
----	--

## 二、填空题 (本大题共6小题, 每空3分, 共18分)

1. 已知  $A$  和  $B$  相互独立,  $P(A)=0.5$ ,  $P(B)=0.6$ , 则  $P(A \cup B)=$ \_\_\_\_\_

2. 已知随机变量  $X$  服从泊松分布  $P(2)$ , 则  $P(X=1)=$ \_\_\_\_\_

3. 设  $X \sim N(0,1)$ ,  $Y \sim N(2,4)$  且  $X, Y$  相互独立, 则  $-2X - Y + 1$  服从分布 (具体分布及其参数) 为 \_\_\_\_\_

4.  $X_1, X_2, \dots, X_n$  为正态总体  $N(\mu, \sigma^2)$  的一个样本, 则  $Y = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2}{\sigma^2}$  服从分布为 (具体分布及其参数) \_\_\_\_\_

5. 总体  $X \sim U(1, \theta)$ , 其中  $\theta$  是未知参数,  $X_1, X_2, \dots, X_n$  为该总体一个样本,  $\bar{X}$  为样本均值, 则  $\theta$  的一个矩估计为 \_\_\_\_\_

6. 总体  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ , 其中  $\sigma^2$  未知,  $X_1, X_2, \dots, X_n$  为该总体一个样本,  $\bar{X}$  为样本均值,

$S^2$  为样本方差, 则  $\mu$  的置信度为  $1-\alpha$  的置信区间为 \_\_\_\_\_

得分	
----	--

## 三、解答题 (本大题共7小题, 共64分)

1. (10分) 学生会组织两个科研小组, 第一组有2人, 其中1名男生, 第二组有10人, 其中有2名男生

(1) 要派1名代表参加会议, 每组出1人, 再从这2人中选1人, 求选出的代表是男生的概率。

(2) 已知选出的参加会议代表是男生, 求他来自哪个组的可能性比较大?

2. (10分) 随机变量  $X$  的密度函数为  $f(x) = \begin{cases} x & 0 \leq x < 1 \\ 2-x & 1 \leq x < 2 \\ 0 & \text{else} \end{cases}$

求 (1)  $P(\frac{1}{2} < X < \frac{3}{2})$  (2) 分布函数  $F(x)$

3. (10分) 某单位8点上班, 工作人员甲从家到单位所需时间  $X \sim N(54.8, 100)$  (单位: 分钟), 他每天早上7点从家出发, 请问

(1) 某天他上班迟到的概率 ( $\Phi(0.52) = 0.7, \Phi(0.26) = 0.6$ )

(2) 一周5个工作日最多有1天迟到的概率

4. (10分) 设随机变量  $X$  的密度函数为  $f(x) = \begin{cases} 2(1-x) & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{else} \end{cases}$

求 (1)  $D(X)$  (2) 求  $Y = 1 - 2X$  的概率密度函数

5. (8分) 二维随机变量  $(X, Y)$  的密度函数为

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{24}{5} y(2-x) & 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq x \\ 0 & \text{else} \end{cases}$$

请判断  $X, Y$  是否相互独立

6. (8分) 若总体  $X$  服从二项分布  $B(N, p)$ , 其中  $N$  已知,  $X_1, X_2, \dots, X_n$  是总体  $X$  的一个容量为  $n$  的样本, 求未知参数  $p$  的最大似然估计量

7. (8分) 某工厂生产正常时排出的污水中动植物油浓度  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ , 其中  $\sigma^2$  为未知参数。今阶段性抽取了9个水样, 测得其平均浓度为10.8 (mg/L), 标准差为1.2 (mg/L), 请问是否可以认为工厂正常生产时排出的污水中动植物油浓度均值为10 (mg/L)? ( $\alpha = 0.05$ )

( $t_{0.025}(8) = 2.306, t_{0.025}(9) = 2.262, t_{0.05}(8) = 1.86, t_{0.05}(9) = 1.833$ )