装

1.5CM 订

线

期末考试试卷（A 卷）答案

2018-2019 学年第 1 学期　　考试科目：概率论与数理统计

一、选择题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分）

1. D　2.B　3. C　4. B　5. A　6. C

二、填空题（本大题共6小题，每空3分，共18分）

1. $\underline{0.8}$　2. $\underline{2e^{-2}}$　3. $\underline{N(-1,8)}$　4. $\underline{\chi^2(n)}$

5. $\underline{2\bar{X}-1}$ 或 $\underline{\sqrt{\frac{12(X_i-\bar{X})^2}{n}}+1}$（任选一个）　6. $\underline{(\bar{X}-t_{\alpha/2}(n-1)\frac{S}{\sqrt{n}},\bar{X}+t_{\alpha/2}(n-1)\frac{S}{\sqrt{n}})}$

三、解答题（本大题共7小题,共64分）

1.解：(1) 设 A_i 为事件“第i次选的是男生”，B_i 为事件“选的第i组的人”，i=1,2；

$P(B_1)=P(B_2)=1/2$，$P(A_1|B_1)=1/2, P(A_1|B_2)=2/10$　　（3分）

$$P(A_1)=P(A_1|B_1)P(B_1)+P(A_1|B_2)P(B_2)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\times\frac{2}{10}=\frac{2}{7}$$　（6分）

（2）$P(B_1|A_1)=\dfrac{P(A_1B_1)}{P(A_1)}=\dfrac{1/4}{7/20}=\dfrac{5}{7}$　　（8分）

$P(B_2|A_1)=1-P(B_1|A_1)=1-\dfrac{5}{7}=\dfrac{2}{7}$，　故来自第一组的可能性比较大。（10分）

2.解：（1）$P(\frac{1}{2}<X<\frac{3}{2})=\int_{1/2}^{3/2}f(x)dx=\int_{1/2}^{1}xdx+\int_{1}^{3/2}(2-x)dx=\frac{3}{8}+\frac{3}{8}=\frac{3}{4}$　（4分）

（2）$F(x)=P(X\le x)=\int_{-\infty}^{x}f(x)dx=\begin{cases}0 & x<0\\ x^2/2 & 0\le x<1\\ -x^2/2+2x-1 & 1\le x<2\\ 1 & x\ge 2\end{cases}$　（10分）

3.解：（1）$p=P(X>60)=1-P(X\le 60)=1-\Phi(\frac{60-54.8}{10})=1-0.7=0.3$　（5分）

（2）设 Y 为甲一周迟到次数，则 $Y\sim B(5,0.3)$

故 $P(Y\le 1)=P(Y=0)+P(Y=1)=0.7^5+C_5^1 0.3^1 0.7^4\approx 0.52822$　（10分）

4.解：（1）$E(X)=\int_{-\infty}^{+\infty}xf(x)dx=\int_0^1 xf(x)dx=\int_0^1 2x(1-x)dx=\frac{1}{3}$　（2分）

由于 $E(X^2)=\int_{-\infty}^{+\infty}x^2f(x)dx=\int_0^1 x^2f(x)dx=\int_0^1 2x^2(1-x)dx=\frac{1}{6}$　（4 分）

因此$D(X)=E(X^2)-E^2(X)=\frac{1}{6}-(\frac{1}{3})^2=\frac{1}{18}$ （6 分）

（2）反函数为$h(y)=(1-y)/2$，代入公式得（7 分）

$$f_Y(y)=f_X(h(y))\left|h'(y)\right|=\begin{cases}(1-\frac{1-y}{2}) & 0<\frac{1-y}{2}<1\\ 0 & else\end{cases}=\begin{cases}\frac{1+y}{2} & -1<y<1\\ 0 & else\end{cases}$$ （10 分）

5.解： $f_X(x)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,y)dy=\begin{cases}\int_0^x\frac{24}{5}y(2-x)dy & 0\le x\le 1\\ 0 & else\end{cases}=\begin{cases}\frac{12}{5}x^2(2-x) & 0\le x\le 1\\ 0 & else\end{cases}$ （3分）

$$f_Y(y)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,y)dx=\begin{cases}\int_y^1\frac{24}{5}y(2-x)dx & 0\le y\le 1\\ 0 & else\end{cases}=\begin{cases}\frac{12}{5}(3-4y+y^2) & 0\le y\le 1\\ 0 & else\end{cases}$$ （6分）

故 $f(x,y)\ne f_X(x)f_Y(y)$，即 X,Y 相互不独立。（8分）

6.解：似然函数为$L(p)=\prod_{i=1}^n C_N^{x_i}p^{x_i}(1-p)^{N-x_i}=\left(\prod_{i=1}^n C_N^{x_i}\right)p^{\sum_{i=1}^n x_i}(1-p)^{Nn-\sum_{i=1}^n x_i}$ （2 分）

对数似然函数为$\ln L(p)=\ln\left(\prod_{i=1}^n C_N^{x_i}\right)+\left(\sum_{i=1}^n x_i\right)\ln p+\left(Nn-\sum_{i=1}^n x_i\right)\ln(1-p)$ （4 分）

两边对参数 p 求导得$\frac{d\ln L(p)}{dp}=\frac{\sum_{i=1}^n x_i}{p}+\left(Nn-\sum_{i=1}^n x_i\right)\left(-\frac{1}{1-p}\right)$

解$\frac{d\ln L(p)}{dp}=\frac{\sum_{i=1}^n x_i}{p}+\left(Nn-\sum_{i=1}^n x_i\right)\left(-\frac{1}{1-p}\right)=0$得 $p=\frac{\sum_{i=1}^n x_i}{Nn}=\frac{\bar{x}}{N}$ （7 分）

因此 p 的最大似然估计量为 $p=\frac{\bar{X}}{N}$ （8 分）

7.解：检验假设$H_0:\mu=10$ vs $H_1:\mu\ne 10$ （2分）

检验统计量$T=\frac{\bar{X}-\mu_0}{S/\sqrt{n}}\sim t(n-1)$ （4分）

$$|T|=\left|\frac{\bar{X}-\mu_0}{S/\sqrt{n}}\right|=\left|\frac{10.8-10}{1.2/\sqrt{9}}\right|=2<t_{0.025}(8)=2.306$$ （6分）

可以认为工厂正常生产时排出的污水中动植物油浓度均值为10（mg/L） （8分）