装

1.5CM

订

线

华南农业大学期末考试试卷（A 卷）答案

2022-2023 学年第 1 学期　　考试科目：概率论与数理统计（48 学时）

一、选择题（本大题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分）

1. C　2．B　3. D　4. A　5. B

二、填空题（本大题共5小题，每空3分，共15分）

1. $\frac{1}{3}$　2. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　3. $e^{-2}-e^{-3}$　4. 1　5. 2

三、计算题(本大题共 5 小题，每小题 8 分，共 40 分**)**

1. 解：(1)A=“正品”，B_1=“产品是甲厂生产的”

B_2=“产品是乙厂生产的”B_3=“产品是丙厂生产的”　……………2 分

$$P(A)=P(B_1)P(A|B_1)+P(B_2)P(A|B_2)+P(B_3)P(A|B_3)$$ ……………1 分

$$=0.5\times0.9+0.3\times0.8+0.2\times0.7=0.83$$ ……………2 分

（2）$P(B_1|A)=\frac{P(A|B_1)P(A)}{P(A)}=\frac{0.5\times0.9}{0.83}=\frac{45}{83}=0.54$ ……………3 分

2.解：(1)当 $x\le 0$ 时，$F(x)=\int_{-\infty}^{x}f(x)dx=0$ ……………1分

当 $0<x<1$ 时，$F(x)=\int_{-\infty}^{x}f(x)\mathrm{d}x=\int_{0}^{x}6t(1-t)\mathrm{d}t=3x^2-2x^3$ ……………1分

当 $x\ge 1$ 时，$F(x)=\int_{-\infty}^{x}f(x)\mathrm{d}x=\int_{0}^{1}6x(1-x)\mathrm{d}x=1$ ……………1分

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0;\\ 3x^2-2x^3, & 0<x<1;\\ 1, & x>1.\end{cases}$$ ……………1分

(2)函数 $y=g(x)=2x+1$ 在 $[0,1]$ 内的值域为 $[1,3]$ 且 $g'(x)=2>0$，其反函数

$h(y)=\frac{1}{2}(y-1)$，$h'(y)=\frac{1}{2}$ ……………1分

于是随机变量 Y 的概率密度为 $f_Y(y)=\begin{cases}f[h(y)]|h'(y)| & ,1<y<3\\ 0 & ,\text{其他}\end{cases}$ …………1 分

$$=\begin{cases}6h(y)[1-h(y)]|h'(y)| & ,1<y<3\\ 0 & ,\text{其他}\end{cases}=\begin{cases}-\frac{3}{4}(y^2-4y+3) & ,1<y<3\\ 0 & ,\text{其他}\end{cases}$$ …………2 分

3. 解：（1）由题意得,分别求 X 和 Y 的边缘概率密度

$$f_X(x)=\int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)dy=\begin{cases}\int_0^2 (x^2+\frac{xy}{3})dy & 0<x<1\\ 0 & else\end{cases}=\begin{cases}2x^2+\frac{2x}{3} & 0<x<1\\ 0 & else\end{cases}$$ …….3 分

$$f_Y(y)=\int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)dx=\begin{cases}\int_0^1 (x^2+\frac{xy}{3})dx & 0<y<2\\ 0 & else\end{cases}=\begin{cases}\frac{1}{3}+\frac{y}{6} & 0<y<2\\ 0 & else\end{cases}$$ ………3 分

(2) 显然 $f(x,y)\neq f_X(x)f_Y(y)$，故 X 和 Y 相互不独立 …………2 分

4. 解：(1) $E(X)=\int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)\,\mathrm{d}\,x=\int_0^{+\infty}\lambda^2x^2e^{-\lambda x}\,\mathrm{d}\,x=\frac{2}{\lambda}$ …………1 分

由矩估计得 $\frac{2}{\hat{\lambda}}=\overline{X}$ …………1 分

解得 $\hat{\lambda}=\frac{2}{\overline{X}}$。 …………1 分

(2)似然函数为 $L(\lambda)=\prod_{i=1}^{n} f(\lambda,x_i)=\prod_{i=1}^{n}\lambda^2x_ie^{-\lambda x_i}=\lambda^{2n}e^{-\lambda\sum_{i=1}^{n}x_i}\prod_{i=1}^{n}x_i$ …………1 分

取自然对数 $\ln L(\lambda)=2n\ln\lambda+-\lambda\sum_{i=1}^{n}x_i+\sum_{i=1}^{n}\ln x_i$ …………1 分

令 $\frac{\partial\ln L(\lambda)}{\partial\lambda}=\frac{2n}{\lambda}-\sum_{i=1}^{n}x_i=0$， …………1 分

解得 λ 的最大似然估计值为 $\hat{\lambda}=\frac{2}{\overline{x}}$， …………1 分

从而 λ 最大似然估计量为 $\hat{\lambda}=\frac{2}{\overline{X}}$。 …………1 分

5 .解： $E(X_i-\overline{X})=E(X_i-\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}X_j)=E(X_i)-\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}EX_j=\mu-\mu=0.$ ……………4 分

$$D(X_i-\overline{X})=D(X_i-\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}X_j)=D(\frac{n-1}{n}X_i-\sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{n}\frac{X_j}{n})$$

$$=(\frac{n-1}{n})^2\sigma^2+\frac{n-1}{n^2}\sigma^2$$

$$=\frac{n-1}{n}\sigma^2.$$ ……………………………………………………4 分

四、综合解答题(本大题共 3 小题，每小题 10 分，共 30 分)

1. 解：令 A_i={他在第 i 次射击时击中目标}，$i=1,2,3,4$，A_0={4 次都未击中目标}，

装

订

线

则有 $P(A_1)=0.3$， $P(A_2)=0.7\times0.3=0.21$， $P(A_3)=0.7^2\times0.3=0.147$，

$P(A_4)=0.7^3\times0.3=0.1029$， $P(A_0)=0.7^4=0.2401$. ·········6 分

在这 5 种情况下，他的收益 X 分别为 90，80，70，60，-140. ·········2 分

因此，他在此游戏中的收益的期望为

$$E(X)=90\times0.3+80\times0.21+70\times0.147+60\times0.1029+(-140)\times0.2401=26.65.$$

·········2 分

2. 解 （1）μ 的置信度为$1-\alpha$ 下的置信区间为

$$(\bar{X}-t_{\alpha/2}(n-1)\frac{S}{\sqrt{n}},\quad \bar{X}+t_{\alpha/2}(n-1)\frac{S}{\sqrt{n}})$$

其中，$\overline{X}$ 表示样本均值，S 表示样本标准差，n 表示样本容量，又

$\bar{X}=125,\ S=2.71,\ n=7,\ \alpha=0.1,\ t_{0.05}(6)=1.943$

所以 μ 的置信度为 90%的置信区间为（123，127）. ·····························3 分

（2）本问题是在 $\alpha=0.10$ 下检验假设 $H_0:\mu=124,\ H_1:\mu\neq124,$ ··················2 分

由于正态总体的方差 σ^2 未知，所以选择统计量 $T=\dfrac{\bar{X}-\mu_0}{S/\sqrt{n}}$， ··················2 分

由已知得统计量的观测值 $T=\dfrac{125-124}{2.71/\sqrt{7}}=0.976$，临界值 $t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)=t_{0.05}(6)=1.943$，

因为 $|T|=0.976<1.943=t_{0.05}(6)$，所以接受原假设 H_0，即在显著性水平 $\alpha=0.1$ 下，

可以认为这块土地的平均面积为 124 平方米. ··················3 分

3. 参考答案：选用双侧检验还是单侧检验需要根据数据的特征及专业知识进行确定。若比较甲、乙两种方法有无差异，研究者只要求区分两方法有无不同，无需区分何者为优，则应选用双侧检验。若甲法是从乙法基础上改进而得，已知如此改进可能有效，也可能无效，但不可能改进后反不如以前，则应选用单侧检验。在没有特殊专业知识说明的情况下，一般采用双侧检验即可。

··················10 分