

安徽大学 2024—2025 学年第二学期

《数值分析》 考试试卷 (A 卷)

(闭卷 满分 100 分 时间 120 分钟)

考场登记表序号\_\_\_\_\_

学号

姓名

专业

年级

院/系

一、选择题 (每小题 3 分, 共 15 分)

1. 测量一木板长是 353cm, 则测量的相对误差限是 ( )

- A. 0.14%      B. 0.15%      C. 0.16%      D. 0.17%

2. 假设有三个近似数  $a = 2.31$ ,  $b = 1.93$ ,  $c = 2.24$ , 它们都具有三位有效数字, 则  $p = a + bc$  的计算结果有 ( ) 位有效数字

- A. 2      B. 3      C. 4      D. 5

3. 用二分法求方程  $f(x) = x^3 + x^2 - 3x - 3 = 0$  在区间  $[1, 2]$  内的根, 问至少需要 ( ) 次二分才能使得误差不超过  $10^{-2}$

- A. 5      B. 6      C. 7      D. 8

4. 已知  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ , 则  $\|A\|_1 = ( )$

- A. 4      B. 5      C. 6      D. 7

5. 如果非奇异矩阵  $A \in R^{n \times n}$ , 则以下 ( ) 不正确

- A.  $A^{-1}$  存在      B. A 的秩  $\text{rank}(A) = n$   
C. 对任何  $b \in R^n$ , 方程组  $Ax = b$  有唯一解      D. 齐次方程组  $Ax = 0$  有非零解

二、填空题 (每小题 3 分, 共 15 分)

6. 要使  $\sqrt{70}$  的近似值的相对误差限小于 0.1%, 要取几位有效数字\_\_\_\_\_.

7. 方程  $x^3 - 2x^2 + x = 0$  的一个二重根为  $x^* = 1$ , 则处理重根的 Newton 法的修正公式为\_\_\_\_\_.

8. 如果  $A = \begin{bmatrix} 1 & a & a \\ a & 1 & a \\ a & a & 1 \end{bmatrix}$ , 则雅可比迭代法收敛时  $a$  的取值范围为\_\_\_\_\_.

9. 割线法求解方程  $x^3 - 3x + 1 = 0$  的迭代格式为\_\_\_\_\_.

10. 如果  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$ , 则  $\rho(A) =$ \_\_\_\_\_.

三、计算题（每小题 12 分，共 60 分）

11. 用二分法求  $f(x) = x^3 + 4x^2 - 10 = 0$  在  $[1, 2]$  内的一个实根，且要求满足精度  $|x^* - x_k| < 10^{-1}$

12. 设  $f(x) = (x^3 - a)^2$ .

(1) 写出解  $f(x) = 0$  的 Newton 迭代格式；

(2) 计算此迭代格式的收敛速度.

13. 用 Gauss 列主元消去法解线性方程组：

$$\begin{bmatrix} -3 & 2 & 6 \\ 10 & -7 & 0 \\ 5 & -1 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 7 \\ 6 \end{bmatrix}$$

14. 求矩阵  $A = \begin{bmatrix} -2 & 4 & 8 \\ -4 & 18 & -16 \\ -6 & 2 & -20 \end{bmatrix}$  的  $LU$  分解，并利用分解结果计算  $A^{-1}$ .

15. 设有线性方程组  $\begin{cases} 10x_1 - 2x_2 - 2x_3 = 1 \\ -2x_1 + 10x_2 - x_3 = 0.5 \\ -x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 1 \end{cases}$

(1) 写出求解该线性方程组的 Gauss-Seidel 迭代格式；

(2) 分析上述格式的收敛性，并以初始点为  $(0, 0, 0)$  采用上述格式求解，要求  $\|X^k - X^{k-1}\|_\infty \leq 10^{-3}$ .

四、证明题（每小题 10 分，共 10 分）

16. 用迭代法的思想，给出求  $\sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 \cdots + \sqrt{2 + \sqrt{2}}}}}$  的迭代格式，并证明

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 \cdots + \sqrt{2 + \sqrt{2}}}}} = 2.$$