

学号

姓名

专业

年级

院/系

线

订

装

束

安徽大学 2024—2025 学年第一学期

《数学分析（下）》考试试卷（B 卷）

（闭卷 时间 120 分钟）

考场登记表序号_____

题 号	一	二	三	总 分
得 分				
阅卷人				

得分

一、填空题（每空 4 分，共 20 分）

1. $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sin(xy)}{\sqrt{xy+4}-2} = \underline{\hspace{2cm}}.$

2. 设函数 $u = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$, 则 $du|_{(1,2,3)} = \underline{\hspace{2cm}}.$

3. 设函数 $u = x^2 + xy + y^2$, 则它在点 $(1,1)$ 处沿方向 $(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$ 的方向导数为 $\underline{\hspace{2cm}}.$

4. 曲面 $e^z - z + xy = 3$ 在点 $(2,1,0)$ 处的切平面方程为 $\underline{\hspace{2cm}}.$

5. 设区域 $D = \{(x,y) | x^2 + y^2 \leq 1\}$, 则二重积分 $\iint_D \sin(\pi\sqrt{x^2 + y^2}) dx dy = \underline{\hspace{2cm}}.$

二、计算题（共 52 分）

得分

6. (10 分) 求曲线 $\begin{cases} 2x^2 + 3y^2 + z^2 = 14, \\ x^2 + 2y^2 = z \end{cases}$ 在点 $(1,-1,3)$ 处的切线方程和法平面方程.

7. (10 分) 写出函数 $f(x, y) = e^{2x+y^2}$ 在 $(0, 0)$ 处的带 Peano 余项的 3 阶 Taylor 公式.

8. (10 分) 计算第二类曲线积分 $\int_L (x^2 - y)dx - (x + \sin^2 y)dy$, 其中 L 是圆周 $x^2 + y^2 = 2x$ 的上半部分, 方向从点 $(0, 0)$ 到点 $(2, 0)$.

9. (10 分) 计算第二类曲面积分 $\iint_{\Sigma} (2x + z)dydz + ydzdx + z dxdy$, 其中 Σ 是曲面 $z = x^2 + y^2 (0 \leq z \leq 1)$ 的上侧.

10. (12 分) 求函数 $f(x, y) = 2x^2 + 3xy + y^2$ 在 $x^2 + y^2 \leq 1$ 上的最大值和最小值.

得分	
----	--

三、分析证明题（共 28 分）

11. (8 分) 设函数 $z = z(x, y)$ 是由方程 $F(xy, z - 2x) = 0$ 确定的隐函数, 其中 F 具有连续偏导数,

证明: $x \frac{\partial z}{\partial x} - y \frac{\partial z}{\partial y} = 2x$.

12. (10 分) 设 $f(x, y) = \varphi(|xy|)$, 其中 $\varphi(0) = 0$, 且在 $u = 0$ 附近满足 $|\varphi(u)| \leq u^2$, 证明: $f(x, y)$ 在 $(0, 0)$ 处可微.

院/系 _____ 年级 _____ 专业 _____ 姓名 _____ 学号 _____
答 题 勿 超 装 订 线

13. (10 分) 设 $I(t) = \int_0^{+\infty} \frac{\sin(xt)}{1+x^2} dx$, 证明: (1) $I(t)$ 在 $(0, +\infty)$ 上连续; (2) $I(t)$ 在 $(0, +\infty)$ 上可导.