

复杂网络与大数据分析

第一次作业

姓 名:

学 号:

班 级: 信计 1901

江南大学

理学院

2022 年 5 月 2 日

1 作业

$$C_i = \frac{2E_i}{k_i(k_i - 1)} = \frac{1}{k_i(k_i - 1)} \sum_{j,k=1}^N a_{ij}a_{jk}a_{ki} \quad (1)$$

$$C = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N C_i \quad (2)$$

$$C = \frac{\text{网络中的三角形个数}}{\text{网络中的连通三元组的数目}/3} = \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{j \neq i, k \neq i, j \neq k} a_{ij}a_{jk}a_{ki}}{\sum_{i=1}^N \sum_{j \neq i, k \neq i, j \neq k} a_{ij}a_{ki}} \quad (3)$$

1.1 请证明基于社会学的网络聚类系数的定义 EQ.3，可以用节点聚类系数定义 EQ.1如下：

$$C = \sum_{i=1}^N C_i \left(\frac{k_i(k_i - 1)/2}{\sum_{j=1}^N k_j(k_j - 1)/2} \right) \quad (4)$$

证：

$$\begin{aligned} C &= \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{j \neq i, k \neq i, j \neq k} a_{ij}a_{jk}a_{ki}}{\sum_{i=1}^N \sum_{j \neq i, k \neq i, j \neq k} a_{ij}a_{ki}} \\ &= \frac{\sum_{i=1}^N E_i}{\sum_{i=1}^N k_i(k_i - 1)/2} \\ &= \sum_{i=1}^N \frac{E_i}{k_i(k_i - 1)} \left(\frac{k_i(k_i - 1)/2}{\sum_{j=1}^N k_j(k_j - 1)/2} \right) \\ &= \sum_{i=1}^N C_i \left(\frac{k_i(k_i - 1)/2}{\sum_{j=1}^N k_j(k_j - 1)/2} \right) \end{aligned} \quad (5)$$

请比较上式和网络聚类系数定义 EQ.2，即 $C = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N C_i$ 的大小。假设网络中的每个节点的度都不小于 2，请分别考虑如下两种不同的情况：

1.2 对于任意两个节点 i 和 j ，如果 $k_i \geq k_j$ ，那么 $C_i \geq C_j$

由于任意两个节点 i 和 j ，如果 $k_i \geq k_j$ ，那么 $C_i \geq C_j$ ，那么 C_i 越大的点， k_i 也越小

$$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N C_i \leq \sum_{i=1}^N C_i \left(\frac{k_i(k_i - 1)/2}{\sum_{j=1}^N k_j(k_j - 1)/2} \right) \quad (6)$$

1.3 对于任意两个节点 i 和 j , 如果 $k_i \geq k_j$, 那么 $C_i \leq C_j$

由于任意两个节点 i 和 j , 如果 $k_i \geq k_j$, 那么 $C_i \leq C_j$, 那么 C_i 越大的点, k_i 也越大, 则 $C_i k_i (k_i - 1)/2$ 也越大

$$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N C_i \geq \sum_{i=1}^N C_i \left(\frac{k_i(k_i - 1)/2}{\sum_{j=1}^N k_j(k_j - 1)/2} \right) \quad (7)$$