

成绩 _____

江南大学

《复杂网络与大数据分析》大作业

题目： 复杂网络社团检测算法研究进展

班 级 信计 1901

学 号

学生姓名

1 复杂网络社团以及社团检测概述

网络科学是从交叉学科研究成长起来的一个新兴的学术领域^[1]，美国国家科研委员会将网络科学定义为“研究物理，生物，和社会现象的网络化表达，建立针对这些象限具有预测效果的模型”的学科^[2]。网络通常由图表示，节点与节点之间由边相连。图论是网络科学的数学基础^[3]，现实世界网络的相关特征之一是它们具有社团结构，可以使用图很好地建模^[3-4]。

1.1 社团

关于网络中的社团结构目前还没有广泛认可的定义。传统的的社团定义是针对社交网络的分析而提出的，主要关注子图顶点之间的内部内聚^[5-7]。最流行的概念是派系^[8-9]，派系是一个完全图，也就是一个子图，它的每个顶点都与所有其他顶点相连。寻找派系是一个 NP 完全问题^[10]，一种流行的技术是 Bron-Kerbosch 方法^[11-12]。派系的概念虽然有用，但不能被视为一个完美的社团定义，虽然一个社团的内部边密度可能最大，但一般来说，社团不是完全图。对于正确的社团定义，应该同时考虑候选子图的内部内聚性及其与网络其他部分的分离性。一个十分流行的想法是，社团是一个子图，其中内部边的数量大于外部边的数量。这个想法启发了如下的定义：LS 集^[13]或强社团^[14]是一个子图，使得每个顶点的内部度大于其外部度。社团的传统定义以各种方式依赖于计算边，但现代的定义方法^[15]关注的是顶点与子图共享边的概率：

- 强社团是一个子图，其每个顶点连接到子图的每个顶点的概率高于连接到图的任何其他顶点的概率。
- 弱社团是一个子图，使得每个顶点与社团的其他成员的平均边概率超过顶点与任何其他社团的顶点的平均边概率。

1.2 社团检测

社团检测是指根据其结构属性识别网络中交互顶点（即节点）组的过程^[16]。目前已经开发了许多用于社团检测的算法，使用来自不同学科的技术和工具，例如生物学、物理学、社会科学、应用数学和计算机科学^[17]。然而，单一的社团检测算法无法在所有类型的网络中执行^[18]。因为有各种各样的复杂网络是由不同的过程产生的。某一种算法可能在一种网络上的表现非常良好但是在另一种网络上的性能却十分糟糕。

2 复杂网络社团检测算法概述

如前所述，社团检测的目标是在网络中找到每个子集中的个体彼此高度交互的密集顶点子集。鉴于社交网络的广泛使用，网络的性质因其应用而有所不同。例如，大多数网络最初都是静态结构。但随着技术的发展，网络也加入了动态和进化。在许多网络中，网络日志和社交网络（如 Facebook, 如图1）、活动和实体之间的交互会随着时间的推移而变化。因此，这种网络的结构是动态的。



图 1 Facebook 网络

在静态网络中，与动态网络相比，社团检测是一项容易的任务。静态网络中存在多种社团检测方法^[19-20]，它们大多是基于优化的算法，根据定义寻找最优解目标函数^[21-23]，最流行的质量函数是 Newman 和 Girvan 提出的模块度^[24]。与基于优化的算法一致，存在一种基于使用相关系数和随机游走相似性的聚类的自下而上方法^[25]。其中社团检测的主力军是模块度最大化方法^[24]和谱聚类^[25-26]。谱聚类是一种利用图的光谱特性检测聚类的方法^[15]，K 均值聚类和谱聚类的对比图如图2。

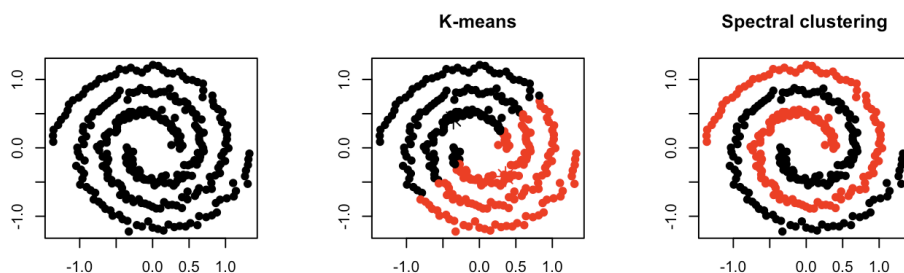


图 2 K 均值聚类和谱聚类对比

但是大多数现实世界的网络本质上是动态的，并且也存在各种研究来理解这些动态网络的进化行为^[27-28]。已经有大量的算法被开发应用到动态网络的社团检测中，其中包括随机游走、自选模型、同步化等，最近的一些工作还侧重于跟踪动态社团的时变特性^[29]。除此之外，也有越来越多的深度学习方法被应用^[30]。以前，谱聚类、模块度最大化和其他统计机制专注于识别网络中的不相交社团。但现实世界的网络，如社交网络和生物网络，其特点是具有多个社社团成员，其中一个节点同时与多个不同的组有多个连接^[31]。考虑到节点的多个社团成

员资格的约束，重叠的社团检测算法是该问题的解决方案^[32-33]。此外，还有一些可以检测网络中不相交和重叠社团的算法^[34]。

为了便于理解，我在图3中给出了社团检测算法的分类。

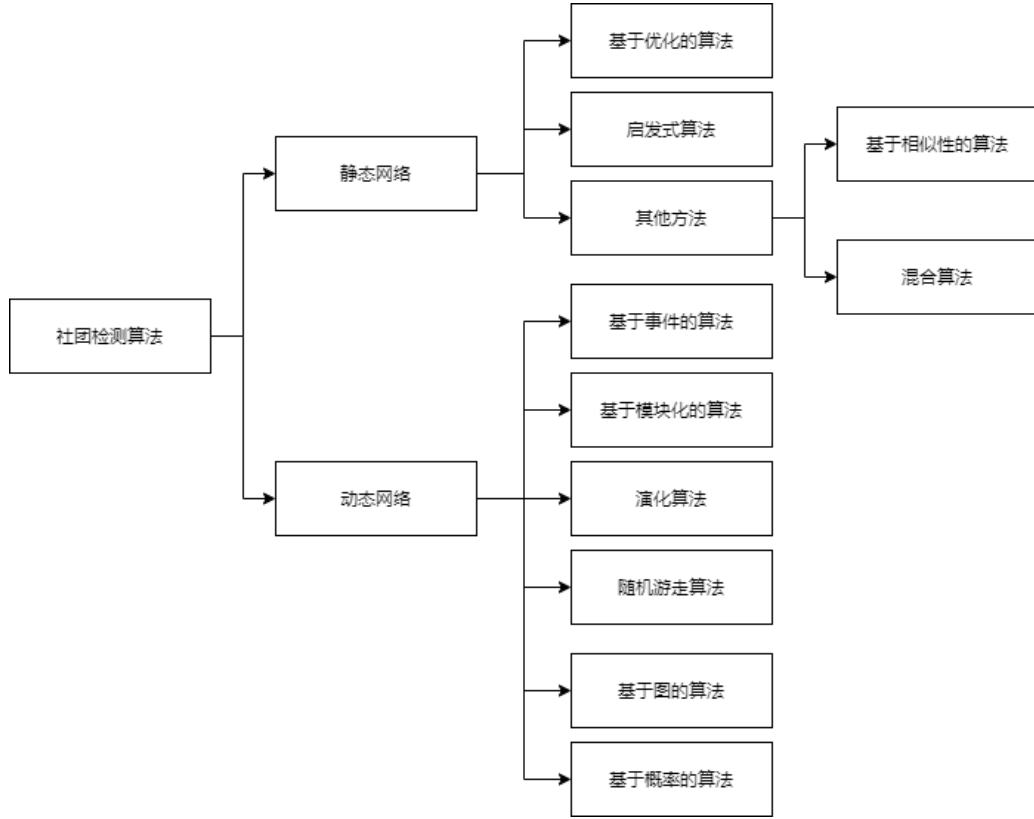


图3 社团检测算法分类（综合自^[16,35]）

3 静态网络社团检测算法研究进展

3.1 谱聚类

谱聚类是使用输入数据矩阵^[36]的特征向量将图划分为社团的算法。它将给定的一组对象转换为多维空间中的一组点，其坐标是特征向量元素。这种变换揭示了初始数据集的隐含属性，谱聚类可以用来对数据进行聚类，而直接使用均值聚类是无法成功的。首先对谱聚类做出贡献的是 Donath 和 Hoffman^[37]，他们使用邻接矩阵的特征向量和相似矩阵的特征值对图进行划分。同年，Fiedler^[38] 使用拉普拉斯矩阵的第二小的特征值 (L)——即度矩阵的差 (D) 和邻接矩阵 (A)。1990 年谱聚类被扩展到社团检测问题^[39-40]，许多学者也将其用于机器学习问题^[41-42]。

谱聚类有三种流行的方法，其中一种是非归一化的，而其余两种是归一化的方法^[43]。更具体地说，非归一化谱聚类使用非归一化拉普拉斯矩阵，而另外两个使用归一化的拉普拉斯矩阵。公式1是图的两个归一化拉普拉斯算子。两者相互关联：

$$\begin{aligned} L_{sym} &:= D^{-1}LD^{-1/2} = I - D^{1/2}WD^{1/2} \\ L_{rw} &:= D^{-1}L = I - D^{-1}W \end{aligned} \quad (1)$$

L_{sym} 与对称矩阵和与随机游走有关。相比于 K 均值聚类，谱聚类可以在具有稀疏相似图约束的大型数据集上成功工作。正如相似图所选择的那样，无论是否寻找局部最小值，都可以解决线性问题。但是，选择合适的相似度图是一项十分困难的任务，它会使谱聚类变得不稳定。

在大规模数据环境下，谱聚类效率降低，因为它需要大量的时间和空间来存储完整的相似矩阵，并且还需要特征分解。特征分解的时间复杂度和存储相似度矩阵的空间复杂度约为 $O(n^3)$ 和 $O(n^2)$ 这在大规模数据处理中是不可接受的^[44]。在当前的研究场景中，Nyström 扩展技术被证明对于大规模数据聚类的情况非常有效，因为它通过使用近似方法减少了所描述的计算成本问题^[45]。最初，Nyström 技术的设计面向积分方程的求解，但后来该方法被部署在机器学习问题中以加速特征分解过程^[46]。使用 Nyström 方法的聚类性能直接取决于采样点的选择，即更多的样本可以有更好的近似效果。但是在大数据问题的情况下，增加采样率也是不利的。因此，Nyström 技术的多个扩展^[45] 被研究以克服这些问题。Nyström 扩展技术通过使用动态增量采样方法对少数数据点进行采样来近似特征向量，增量抽样方法根据不同的概率分布对数据进行抽样，这里通过增加采样时间来减少采样误差。通常，为了获得算法的效率，会牺牲聚类的准确性，但该算法提高了聚类的性能，并保证了算法效率和采样质量之间的良好平衡。

3.2 基于模块度的算法

模块度也称模块化度量值，是目前常用的一种衡量网络社团结构强度的方法，最早由 Mark Newman 提出^[24]。模块度的定义为：

$$Q = \frac{1}{2m} \sum_{ij} [A_{ij} - \frac{k_i * k_j}{2m} \delta(C_i, C_j)] \quad (2)$$

3.2.1 贪心算法

Newman 提出了一种最大化模块度的贪心方法^[24]。它是一种凝聚层次聚类算法，其中连接边缘以形成更大的社团，从而增加模块度。模块度的贪心优化运行形成具有较差模块度最大值的大型社团。Clauset 等人^[47]指出，Newman 用来计算模块度 Q 的矩阵 e_{ij} ，由于稀疏的邻接矩阵，有大量的无用操作。他们提议使用最大堆，一种为稀疏矩阵设计的数据结构，通过以二叉树的形式重新排列数据来工作，以获得算法性能的效率 $O(n \log^2 N)$ 。在这种情况下，它被证明比 Newman 的贪心算法要快得多。该算法的计算成本为该算法可用于寻找大型网络图的模块度最大值。类似地，Denon 等人^[48]提出了一种与 Newman 贪心优化相比更好的优化模块度方法。当社团规模相差很大时，这个想法比 Newman 的方法更有效。Blondel 等人^[49]提出了 Louvain 算法，这是一种基于模块度优化的启发式方法，用于在规模巨大的网络中进行社团检测。它在计算时间方面优于 Newman 和 Clauset 的算法，计算时间与图中的边数成线性关系，即 $O(m)$ 。虽然使用贪心算法的模块度最大化被广泛使用，但是其失败的风险从未被研究，Tatsuro 等人^[50]通过计算局部更新规则下的可转移状态，对贪心算法失败的范围给出了定量结论。

3.2.2 遗传算法

遗传算法 (GA) 是受生物进化启发的优化技术。GA 也被用来优化网络的模块度以检测网络的社团结构。以前, GA 被用来划分图。Tasgin 等人^[51]首次使用 GA 来检测复杂网络中基于模块度优化的社团结构, 这些算法不需要事先知道社团的数量。Pizzuti^[52]提出了一个名为 GA-NET 的 GA, 用来表示社会网络的分区质量。当每个算子中只考虑所有节点的实际相关性时, 它有效地减少了无效的搜索。Gong 等人^[53]通过优化模块化密度提出了一种名为 Meme-Net 的记忆算法。在该算法中, GA 与局部搜索爬升策略相结合, 以提高传统 GA 的性能。Liu 等人^[34]和 Zeng 等人^[54]提出了用于检测签名社交网络中社团的多目标进化算法。Liu 等人^[34]的算法基于相似性, 能够检测到分离和重叠社团。Li 等人^[55]提出了一种名为 MAGA-Net 的算法, 这是一种用于模块化优化的多代遗传算法。它在准确性和稳定性方面都优于 GA-NET 和 Meme-Net。另外, 还有许多学者将其他智能算法应用于社团检测^[21,56-57], Saeid 等人^[58]用遗传算法改进了布谷鸟搜索优化 (CSO) 算法用于复杂网络中的社团检测, 该算法相较普通的遗传算法具有更好的效率。

静态网络社团检测算法比较如图1所示, 除上文提及的算法, 还添加了层次聚类算法和模拟退火算法比较。

表 1 静态网络社团检测算法比较

类别	算法	优点	缺点
传统算法	层次聚类 ^[19,59]	无需提前提供集群数量	如果合并不好, 结果可能很糟糕
传统算法	谱聚类	复杂形状的效果非常好	不适用于异常值, 难以找到要使用的最佳目标
基于模块度的算法	贪心算法	简单易实现	由于稀疏的邻接矩阵, 有大量的无用操作
基于模块度的算法	遗传算法	不需要预先设置社团数量, 可以解决社团检测的多目标优化问题	在具有相当高模块度值的随机网络中可能会失败
基于模块度的算法	模拟退火 ^[60]	由于基于模拟退火的最佳解决方案, 性能良好	取决于模拟退火的收敛速度

4 动态网络社团检测算法研究进展

4.1 随机游走

可以采用随机游走来检测图中的社团, 通过随机地经过节点, 以使用自下而上的方法合并不同的组。所有的随机游走算法也可以扩展到加权图上^[61]。对于使用随机行走的社团检测, 有各种研究。Zhou 和 Lipowsky^[62]使用了偏随机游走。这些算法向图形中的起始节点有最大邻居的顶点移动。作者使用了布朗运动, 并提出了一个名为”Netwalk”的程序, 在这种有偏向的随机游走中检测社团。Netwalk 是一种聚类的分层聚类方法, 其中顶点之间的相似性由它们的接近程度来显示。Pons 等人^[63]提出了 Walktrap 算法, 该算法使用模块度值来切割树状图, 同时利用基于随机行走的节点之间和社团之间的相似性。这种方法类似于贪心技术, 但在计

算时间上变得很复杂,对于密集的内部边缘的情况来说,计算时间是一个 $O(n^2 \log N)$ 数量级。Makoto 等人^[64]提出了一种用于检测图的社团结构的约束性随机行走相似性方法,当重复访问已经通过的顶点时,随机游走就会被终止。Kun 等人^[65]提出了一种基于偏向随机游走的社团检测 (BRWCD) 算法来解决这些问题。该算法设计了一个拓扑加权重来增强社团边界和内部的随机游走,以精确提取社团, BRWCD 比最先进的算法最多能达到近 10% 的精度。

4.2 自旋模型

自旋模型是物理学中主要用于解释磁性的数学模型。自旋模型已被用于统计力学中。Potts 模型^[66]是这一领域的流行方法。受数据的超顺磁性聚类思想的启发^[67], Reichardt 和 Bornholdt^[68]提出了一种社团检测方法,将网络图映射到具有近邻相互作用的零温度 Potts 模型。Potts 自旋变量被分配给具有社团模式的节点。后来,Reichardt^[69]引入了自旋玻璃态技术,其中每一个顶点都被假定为处于自旋状态。尽管是非决定性的,但这种算法在社团的大小方面有可调整的参数。Lei 等人^[70]提出了一种名为 MRCDA 的多分辨率局部社团检测算法,该算法利用网络中的局部结构信息来优化基于 Potts 自旋玻璃模型的多分辨率模块化。

4.3 同步化

同步发生在相互作用的单元系统中,它也可以应用于聚类问题^[71]。如果振荡器被放置在具有随机相位的顶点,那么与其他社团相比,它们会更早地与所在的社团同步。如果允许进化时间,社团可能在图中完全同步时被识别出来。Arenas 等人^[72]首次证明了这一点,他们发现同步化技术所暴露的结构尺度,代表了图的拉普拉斯矩阵的特征值组,这有助于图的聚类。基于同步化的原则, Boccaletti 等人提出了一种社团检测方法^[73]。基于同步的算法的主要缺点是这种方法在不同规模的社团中不可靠。在存在异质数据的情况下,随机旋转的对象属于多个类别,要同时将它们分类并根据成对关系进行同步,这就产生了社群检测和同步化的联合问题。Yifeng 等人^[74]提出了一系列的半有限松弛来解决该问题。

动态网络社团检测算法比较如图2所示。

表 2 动态网络社团检测算法比较

算法	优点	缺点
随机游走	可以与凝聚方法结合使用来检测社团	复杂 (比贪心算法慢)
同步化	高精度和低时间复杂度	在规模可变的社团中不可靠
旋转模型	具有关于社团规模的可调参数	与贪心算法相比非常慢,仅适用于小型网络

5 社团检测算法的发展趋势

近年来,深度学习受到了广泛的关注并被证明对各种各样的问题都有巨大的影响力,其中就包括社团检测。可以从社团检测算法发展趋图4中看出,社团检测方法的研究中心已经由传统算法逐渐转移到深度学习算法。包括卷积神经网络 (CNN)、生成对抗网络 (GAN)、深度非负矩阵分解 (DNMF)、自动编码器 (AE) 等多种方法被应用到社团检测中并已经证明其

相较于传统算法有着巨大的优势^[30]。

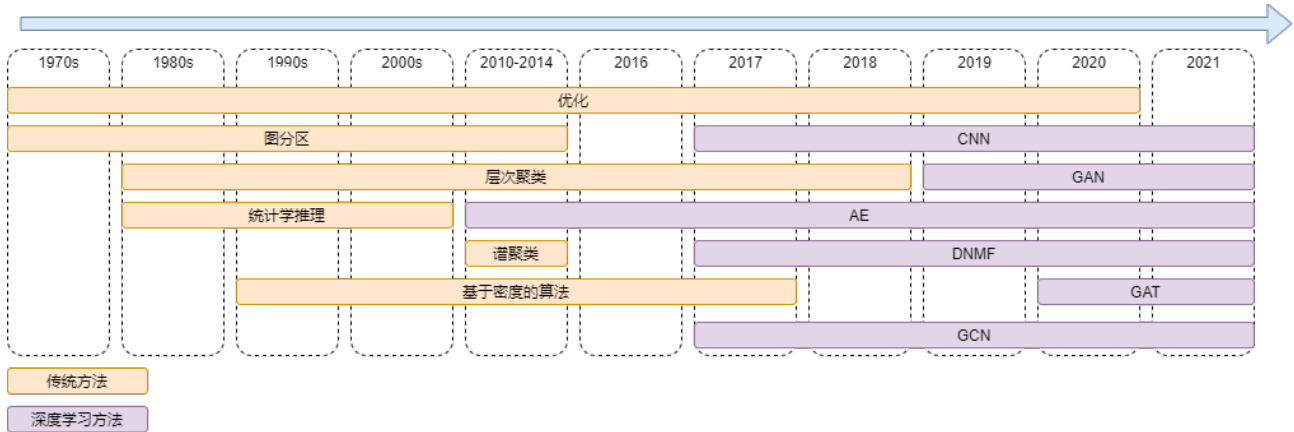


图4 社团检测算法发展时间表（综合自^[35,75-76]）

深度学习模型相较于传统模型为社团检测带来了诸多额外优势。首先，它可以通过机器学习和数据挖掘技术实进一步嵌入非结构性特征，如节点属性，以增加社团成员的信息^[77]。此外，在深度学习过程中，可联合识别来自节点、边、邻域等^[30,78-79]信息，从而获得有效的社团检测结果。随着对大数据的深入学习能力，可以探索现实世界更复杂的场景^[30]。虽然深度学习在社团检测中在较短的时间内就取得了很多成就，但其发展一直面临着一系列挑战。

对于真实场景中的社团检测，由于获取成本较高，大多数数据都未标记，因此社团的数量 K 通常是未知的。深度学习中的无监督检测方法为处理此类场景提供了一种有效的方法，但它们通常需要指定 K 作为先验知识。因此，这个问题需要进一步的研究。另外，真实场景中的网络包含大量的节点、边和社团并且具有动态结构，虽然分布式计算可以解决该问题，但其计算成本太高。目前迫切需要在精度和速度方面超过当前深度学习框架的算法。

参考文献

- [1] 方锦清, 汪小帆, 郑志刚, 等. 一门崭新的交叉科学: 网络科学(上)[J]. 物理学进展, 2007, 27(3): 239-343.
- [2] LEWIS T G. Network science: Theory and applications[M]. John Wiley & Sons, 2011.
- [3] STAM C J. Modern network science of neurological disorders[J]. Nature Reviews Neuroscience, 2014, 15(10): 683-695.
- [4] SINGH R P. Application of graph theory in computer science and engineering[J]. International Journal of Computer Applications, 2014, 104(1).
- [5] WASSERMAN S, FAUST K, et al. Social network analysis: Methods and applications[J]. 1994.
- [6] SCOTT J. Social network analysis: A handbook sage publications london uk[J]. 1991.
- [7] MOODY J, WHITE D R. Structural cohesion and embeddedness: A hierarchical concept of social groups[J]. American sociological review, 2003: 103-127.
- [8] LUCE R D, PERRY A D. A method of matrix analysis of group structure[J]. Psychometrika, 1949, 14(2): 95-116.
- [9] 高慧. 基于派系定义的社团划分模型及算法[D]. 内蒙古大学, 2020.
- [10] BOMZE I M, BUDINICH M, PARDALOS P M, et al. The maximum clique problem[M]//Handbook of combinatorial optimization. Springer, 1999: 1-74.
- [11] WEI Y W, CHEN W M, TSAI H H. Accelerating the bron-kerbosch algorithm for maximal clique enumeration using gpus[J]. IEEE Transactions on Parallel and Distributed Systems, 2021, 32(9): 2352-2366.

-
- [12] BRON C, KERBOSCH J. Algorithm 457: finding all cliques of an undirected graph[J]. *Communications of the ACM*, 1973, 16(9): 575-577.
 - [13] LUCCIO F, SAMI M. On the decomposition of networks in minimally interconnected subnetworks[J]. *IEEE Transactions on Circuit Theory*, 1969, 16(2): 184-188.
 - [14] 周益. 复杂网络社团结构与传输容量优化研究[D]. 河北科技大学, 2020.
 - [15] FORTUNATO S, HRIC D. Community detection in networks: A user guide[J]. *Physics reports*, 2016, 659: 1-44.
 - [16] JAVED M A, YOUNIS M S, LATIF S, et al. Community detection in networks: A multidisciplinary review[J]. *Journal of Network and Computer Applications*, 2018, 108: 87-111.
 - [17] LANCICHINETTI A, FORTUNATO S. Community detection algorithms: a comparative analysis[J]. *Physical review E*, 2009, 80(5): 056117.
 - [18] YANG Z, ALGESHEIMER R, TESSONE C J. A comparative analysis of community detection algorithms on artificial networks[J]. *Scientific reports*, 2016, 6(1): 1-18.
 - [19] FORTUNATO S. Community detection in graphs[J]. *Physics reports*, 2010, 486(3-5): 75-174.
 - [20] 卜振兴. 复杂网络社团检测方法研究[D]. 北京: 中国人民公安大学, 2019.
 - [21] 万江船. 基于社团检测的粒子群优化特征选择算法的研究[D]. 安徽大学, 2020.
 - [22] 韩聪. 基于离散灰狼优化算法的社团检测算法研究[D]. 兰州大学, 2018.
 - [23] SHI J, MALIK J. Normalized cuts and image segmentation[J]. *IEEE Transactions on pattern analysis and machine intelligence*, 2000, 22(8): 888-905.
 - [24] NEWMAN M E, GIRVAN M. Finding and evaluating community structure in networks[J]. *Physical review E*, 2004, 69(2): 026113.
 - [25] VON LUXBURG U. A tutorial on spectral clustering[J]. *Statistics and computing*, 2007, 17(4): 395-416.
 - [26] 周文刚, 陈雷霆, 董仕. 基于谱聚类的网络流量分类识别算法[J]. *电子测量与仪器学报*, 2013, 27(12): 1114-1119.
 - [27] DUNLAVY D M, KOLDA T G, ACAR E. Temporal link prediction using matrix and tensor factorizations[J]. *ACM Transactions on Knowledge Discovery from Data (TKDD)*, 2011, 5(2): 1-27.
 - [28] FU W, SONG L, XING E P. Dynamic mixed membership blockmodel for evolving networks[C]//*Proceedings of the 26th annual international conference on machine learning*. 2009: 329-336.
 - [29] XU K S, HERO A O. Dynamic stochastic blockmodels for time-evolving social networks[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2014, 8(4): 552-562.
 - [30] LIU F, XUE S, WU J, et al. Deep learning for community detection: progress, challenges and opportunities[J]. *arXiv preprint arXiv:2005.08225*, 2020.
 - [31] REID F, MCDAID A, HURLEY N. Partitioning breaks communities[M]//*Mining Social Networks and Security Informatics*. Springer, 2013: 79-105.
 - [32] 潘剑飞, 董一鸿, 陈华辉, 等. 基于结构紧密性的重叠社区发现算法[J]. *电子学报*, 2019, 47(1): 145-152.
 - [33] 邓琨, 李文平, 陈丽, 等. 一种新的基于标签传播的复杂网络重叠社区识别算法[J]. *控制与决策*, 2020, 35(11): 2733-2742.
 - [34] LIU C, LIU J, JIANG Z. A multiobjective evolutionary algorithm based on similarity for community detection from signed social networks[J]. *IEEE transactions on cybernetics*, 2014, 44(12): 2274-2287.
 - [35] JIN D, YU Z, JIAO P, et al. A survey of community detection approaches: From statistical modeling to deep learning[J]. *IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering*, 2021.
 - [36] AUFFARTH B. Spectral graph clustering[J]. *Universitat de Barcelona, course report for Technicas Avanzadas de Aprendizaj*, at *Universitat Politecnica de Catalunya*, 2007.
 - [37] DONATH W E, HOFFMAN A J. Lower bounds for the partitioning of graphs[M]//*Selected Papers Of Alan J Hoffman: With Commentary*. World Scientific, 2003: 437-442.
 - [38] FIEDLER M. Algebraic connectivity of graphs[J]. *Czechoslovak mathematical journal*, 1973, 23(2): 298-305.
 - [39] POTHEN A, SIMON H D, LIOU K P. Partitioning sparse matrices with eigenvectors of graphs[J]. *SIAM journal on matrix analysis and applications*, 1990, 11(3): 430-452.

-
- [40] 蔡晓妍, 戴冠中, 杨黎斌, 等. 谱聚类算法综述[D]. 2008.
- [41] MEILA M. J. s.(2001). a random walks view of spectral segmentation[C]//AI and Statistics: volume 26. 45-70.
- [42] MENG Z, XIA K. Persistent spectral-based machine learning (perspect ml) for protein-ligand binding affinity prediction[J]. *Science Advances*, 2021, 7(19): eabc5329.
- [43] NG A, JORDAN M, WEISS Y. On spectral clustering: Analysis and an algorithm[J]. *Advances in neural information processing systems*, 2001, 14.
- [44] SEMERTZIDIS T, RAFAILIDIS D, STRINTZIS M G, et al. Large-scale spectral clustering based on pairwise constraints[J]. *Information Processing & Management*, 2015, 51(5): 616-624.
- [45] JIA H, DING S, DU M. A nyström spectral clustering algorithm based on probability incremental sampling[J]. *Soft Computing*, 2017, 21(19): 5815-5827.
- [46] WILLIAMS C, SEEGER M. Using the nyström method to speed up kernel machines[J]. *Advances in neural information processing systems*, 2000, 13.
- [47] CLAUSET A, NEWMAN M E, MOORE C. Finding community structure in very large networks[J]. *Physical review E*, 2004, 70(6): 066111.
- [48] DANON L, DIAZ-GUILERA A, ARENAS A. The effect of size heterogeneity on community identification in complex networks[J]. *Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment*, 2006, 2006(11): P11010.
- [49] BLONDEL V D, GUILLAUME J L, LAMBIOTTE R, et al. Fast unfolding of communities in large networks[J]. *Journal of statistical mechanics: theory and experiment*, 2008, 2008(10): P10008.
- [50] KAWAMOTO T, KABASHIMA Y. Counting the number of metastable states in the modularity landscape: Algorithmic detectability limit of greedy algorithms in community detection[J]. *Physical Review E*, 2019, 99(1): 010301.
- [51] TASGIN M, HERDAGDELEN A, BINGOL H. Community detection in complex networks using genetic algorithms[J]. *arXiv preprint arXiv:0711.0491*, 2007.
- [52] PIZZUTI C. Ga-net: A genetic algorithm for community detection in social networks[C]//International conference on parallel problem solving from nature. Springer, 2008: 1081-1090.
- [53] GONG M, FU B, JIAO L, et al. Memetic algorithm for community detection in networks[J]. *Physical Review E*, 2011, 84(5): 056101.
- [54] ZENG Y, LIU J. Community detection from signed social networks using a multi-objective evolutionary algorithm[C]//Proceedings of the 18th Asia Pacific Symposium on Intelligent and Evolutionary Systems, Volume 1. Springer, 2015: 259-270.
- [55] LI Z, LIU J. A multi-agent genetic algorithm for community detection in complex networks[J]. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 2016, 449: 336-347.
- [56] NADIMI-SHAHRAKI M H, MOEINI E, TAGHIAN S, et al. Dmfo-cd: A discrete moth-flame optimization algorithm for community detection[J]. *Algorithms*, 2021, 14(11): 314.
- [57] 韩聪. 基于离散灰狼优化算法的社团检测算法研究[J]. 2018.
- [58] SHISHAVAN S T, GHAREHCHOPOGH F S. An improved cuckoo search optimization algorithm with genetic algorithm for community detection in complex networks[J]. *Multimedia Tools and Applications*, 2022: 1-27.
- [59] BARABÁSI A L, ALBERT R. Emergence of scaling in random networks[J]. *science*, 1999, 286(5439): 509-512.
- [60] GUIMERA R, NUNES AMARAL L A. Functional cartography of complex metabolic networks[J]. *nature*, 2005, 433(7028): 895-900.
- [61] HUGHES B D, et al. Random walks and random environments: random walks: volume 1[M]. Oxford University Press, 1995.
- [62] ZHOU H, LIPOWSKY R. Network brownian motion: A new method to measure vertex-vertex proximity and to identify communities and subcommunities[C]//International conference on computational science. Springer, 2004: 1062-1069.
- [63] PONS P, LATAPY M. Computing communities in large networks using random walks[C]//International symposium on computer and information sciences. Springer, 2005: 284-293.

-
- [64] OKUDA M, SATOH S, SATO Y, et al. Community detection using restrained random-walk similarity[J]. IEEE transactions on pattern analysis and machine intelligence, 2019, 43(1): 89-103.
 - [65] ERIKSSON A, EDLER D, ROJAS A, et al. How choosing random-walk model and network representation matters for flow-based community detection in hypergraphs[J]. Communications Physics, 2021, 4(1): 1-12.
 - [66] WU F Y. The potts model[J]. Reviews of modern physics, 1982, 54(1): 235.
 - [67] BLATT M, WISEMAN S, DOMANY E. Superparamagnetic clustering of data[J]. Physical review letters, 1996, 76(18): 3251.
 - [68] REICHARDT J, BORNHOLDT S. Detecting fuzzy community structures in complex networks with a potts model[J]. Physical review letters, 2004, 93(21): 218701.
 - [69] REICHARDT J, BORNHOLDT S. Statistical mechanics of community detection[J]. Physical review E, 2006, 74(1): 016110.
 - [70] PAN L, WANG C, XIE J. A spin-glass model based local community detection method in social networks[C]//2013 IEEE 25th international conference on tools with artificial intelligence. IEEE, 2013: 108-115.
 - [71] WANG X F, CHEN G. Synchronization in small-world dynamical networks[J]. International Journal of Bifurcation and chaos, 2002, 12(01): 187-192.
 - [72] ARENAS A, DIAZ-GUILERA A, PÉREZ-VICENTE C J. Synchronization reveals topological scales in complex networks[J]. Physical review letters, 2006, 96(11): 114102.
 - [73] BOCCALETTI S, IVANCHENKO M, LATORA V, et al. Detecting complex network modularity by dynamical clustering[J]. Physical Review E, 2007, 75(4): 045102.
 - [74] FAN Y, KHOO Y, ZHAO Z. Joint community detection and rotational synchronization via semidefinite programming[J]. arXiv preprint arXiv:2105.06031, 2021.
 - [75] SU X, XUE S, LIU F, et al. A comprehensive survey on community detection with deep learning[J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2022.
 - [76] HUANG X, CHEN D, REN T, et al. A survey of community detection methods in multilayer networks[J]. Data Mining and Knowledge Discovery, 2021, 35(1): 1-45.
 - [77] JING B, PARK C, TONG H. Hdmi: High-order deep multiplex infomax[C]//Proceedings of the Web Conference 2021. 2021: 2414-2424.
 - [78] YANG C, LIU M, WANG Z, et al. Graph clustering with dynamic embedding[J]. arXiv preprint arXiv:1712.08249, 2017.
 - [79] SHEN X, CHUNG F L. Deep network embedding for graph representation learning in signed networks[J]. IEEE transactions on cybernetics, 2018, 50(4): 1556-1568.