

《数值分析》期中考试卷

使用专业、班级_____ 学号_____ 姓名_____

题 数	一	二	三	四	五	六	总 分
得 分							

本题 得分	
----------	--

一、填空题〔每空 2 分, 共计 24 分〕

1. $x^* = 2.142$ 作为准确值 $x = 2.139$ 的近似值, 它具有_____位有效数字。
2. 设 $x^* > 0$, x^* 的相对误差为 δ , 则 $\ln x^*$ 的误差是_____。
3. 设 $A = \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, 则 $\|A\|_1 =$ _____, $\|A\|_\infty =$ _____, $\|A\|_2 =$ _____。
4. 设 $f(x) = x^3 + x + 1$, 则 $f[0, 1, 2] =$ _____, $f[0, 1, 2, 3] =$ _____。
5. 设非奇异矩阵 $A = (a_{ij})_{n \times n}$, $a_{ii} \neq 0$ ($i = 1, 2, \dots, n$) 将 A 分裂成 $A = D - L - U$, 则 Gauss-Seidel 迭代矩阵是_____。
6. 当 N 充分大时, 计算 $\int_N^{N+1} \frac{1}{1+x^2} dx$ 的合理公式是_____。
7. 设近似值 $x_0 = \sqrt{2} \approx 1.41$ (三位有效数字),
则用递推式 $x_n = 2x_{n-1} + 41.2, (n = 1, 2, \dots)$ 计算的算法是_____ (稳定或不稳定), 它的误差是_____。
8. 设迭代格式 $x^{(k+1)} = Mx^{(k)} + g$, 其中 $M = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 \\ 7 & 0.9 \end{bmatrix}$, $g = \begin{bmatrix} 20 \\ 30 \end{bmatrix}$, 则该迭代
_____ (收敛或发散)。

本题 得分	
----------	--

二、填空题 【每空 2 分，共计 10 分】

1. 用列主元素消去法解线性方程组
$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + 3x_3 = -1 \\ -7x_1 + 2x_2 - 9x_3 = 0 \\ -6x_1 - 3x_2 + x_3 = 1 \end{cases}$$
，第一次消元选取的主元

素是

$$(\quad)_o$$

- A 3

- C -6

B -7

D -9

2. 通过点 $(x_0, y_0), (x_1, y_1)$ 的 Lagrange 插值基函数 $l_0(x), l_1(x)$ 满足()。

- A $l_0(x_0) = 0, l_1(x_1) = 0$

- C $l_0(x_0) = 1, l_1(x_1) = 0$

- B $l_0(x_0) = 0, l_1(x_1) = 1$

- D $l_0(x_0) = 1, l_1(x_1) = 1$

3. 设 $s = \frac{1}{2}gt^2$, 假定 g 是准确的, 而对 t 的测量有误差。当 t 增加时, s 的绝对误差和相对误差分别 ()。

- A 增大, 增大

- C 减少，增大

- B 增大, 减少

- D 减少, 减少

4. 解线性方程组 $Ax=b$ 迭代法 $x^{(k+1)}=Bx^{(k)}+f$ 收敛的充要条件是 ()。

- A $\rho(B) \leq 1$

- C $\rho(A) \leq 1$

- $$\text{B } \rho(B) < 1$$

- D
- $\rho(A) < 1$

5. 矩阵 $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 2 \\ 4 & 8 & 3 \end{pmatrix}$ 的 LU 分解情况是 ()。

- A 能分解但不唯一

- C 不能分解

- B 能分解且唯一

- D 无法确定

本题
得分

三、用直接三角分解法解
$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 5 \\ 4 & 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix}$$
，并写出 L 和 U 矩阵。

〔15 分〕

本题
得分

四、给定数据表

x	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6
f(x)	9	6	5	3	2	4

用二次插值计算 f(0.31) 的近似值。〔15 分〕

本题	
得分	

五、设线性方程组

$$\begin{cases} -2x_1 + x_2 + x_3 = 10, \\ -x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 12, \\ 4x_1 + 2x_2 + x_3 = 16, \end{cases}$$

- (1) 写出 Jacobi 迭代法、Gauss-Seidel 迭代法解该方程组的迭代公式；〔6 分〕
- (2) 考察用 Gauss-Seidel 解该方程组的收敛性。〔12 分〕

本题	
得分	

六、用最小二乘拟合方法求一形如 $y = ax + bx^3$ (a, b 为常数) 的经验公式，其中数据表如下：

x	-2	-1	0	1	2
y	-8.99	-1.51	0.001	1.47	9.02

〔18 分〕